



**Service de la stratégie des formations et de la vie étudiante  
Sous-direction de la stratégie et de la qualité des formations  
Département des formations du premier cycle  
DGESIP A1-2  
N° ELISE : DGESIP-I2025-004694**

Paris, le 28 avril 2025

1 rue Descartes  
75231 Paris SP 05

## **NOTE DE PRESENTATION**

### **Projet d'arrêté définissant l'organisation générale des études et l'horaire et fixant le programme de la classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs (ATS) ingénierie industrielle**

La mise en place de la licence professionnelle « bachelor universitaire de technologie » à compter de la rentrée universitaire 2021 et ses conséquences sur le recrutement des classes préparatoires scientifiques d'ATS ingénierie industrielle et génie civil a conduit à lancer la rénovation de celles-ci.

Un comité de pilotage, comprenant des représentants de l'Inspection générale de l'éducation nationale (IGEN), des écoles d'ingénieurs et des associations de professeurs concernées a été mis en place depuis plus d'un an pour définir les enjeux et les grandes lignes de cette rénovation et assurer son suivi. La rédaction des programmes a été menée à bien par des groupes de travail, comprenant également des inspecteurs généraux, des professeurs des classes concernées et des représentants des grandes écoles recrutant dans le vivier des classes ATS.

Un arrêté actualisant et étendant la liste des diplômes permettant d'accéder aux classes préparatoires destinées aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures est en cours de publication, après présentation devant les instances consultatives.

Le présent arrêté abroge et remplace l'arrêté du 7 janvier 1998 définissant l'organisation générale des études et l'horaire de la classe préparatoire scientifique aux grandes écoles ATS, accessible aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures et l'arrêté du 5 mai 2015 définissant les objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs (ATS) ingénierie industrielle. Pour tenir compte des évolutions des formations en écoles d'ingénieurs, il instaure 1 heure de TP en informatique, en utilisant l'horaire des interrogations orales correspondantes et actualise les objectifs de formation et les programmes des disciplines scientifiques et technologiques de ces classes (mathématiques, informatique, physique et sciences industrielles de l'ingénieur) comme de langues vivantes étrangères. Les objectifs de formation en français-philosophie sont, en revanche, reconduits en l'état. Les nouveaux programmes entreront en vigueur à la rentrée scolaire 2025.

# RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Ministère de l'éducation nationale, de  
l'enseignement supérieur  
et de la recherche

## Arrêté du

**définissant l'organisation générale des études et l'horaire et fixant le programme de la classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs (ATS) ingénierie industrielle**

NOR : MENS

**Le ministre des Outre-mer et le ministre auprès de la ministre d'État, ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, chargé de l'enseignement supérieur et de la recherche,**

Vu le code de l'éducation, notamment ses articles D. 612-19 à D. 612-29-1 ;

Vu l'arrêté du 23 novembre 1994 modifié relatif à l'admission et au régime des études dans les classes préparatoires aux grandes écoles organisées dans les lycées relevant du ministre chargé de l'éducation ou fonctionnant sous contrat d'association dans des établissements privés, notamment son article 5 ;

Vu l'arrêté du 10 février 1995 modifié définissant la nature des classes composant les classes préparatoires scientifiques aux grandes écoles ;

Vu l'arrêté du 23 mars 1995 fixant la durée de la scolarité dans les classes préparatoires accessibles aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures ;

Vu l'arrêté du 27 novembre 2020 modifié portant extension de dispositions relatives à l'enseignement supérieur dans les îles Wallis et Futuna, en Nouvelle-Calédonie et en Polynésie française et relatif aux attributions des recteurs de région académique ;

Vu l'arrêté du xxxx 2025 fixant la liste des diplômes permettant d'accéder aux classes préparatoires destinées aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures ;

Vu l'avis du Conseil supérieur de l'éducation en date du xxxx 2025 ;

Vu l'avis du Conseil national de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du xxxx 2025,

## Arrêtent :

### Article 1<sup>er</sup>

L'horaire hebdomadaire de l'année d'études en classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle est fixé à l'annexe I du présent arrêté.

### Article 2

La durée hebdomadaire des interrogations orales effectuées dans la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle est fixée à l'annexe II du présent arrêté.

Les interrogations orales sont organisées hebdomadairement durant vingt-cinq semaines. Dans les classes à faible effectif groupant moins de dix étudiants, la durée des interrogations orales est réduite de moitié.

### **Article 3**

Les objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle sont fixés respectivement aux annexes III (mathématiques), IV (informatique), V (physique), VI (sciences industrielles de l'ingénieur), VII (français et philosophie) et VIII (langues vivantes étrangères) du présent arrêté.

### **Article 4**

Les dispositions du présent arrêté entrent en vigueur à la rentrée scolaire 2025.

### **Article 5**

L'arrêté du 7 janvier 1998 définissant l'organisation générale des études et l'horaire de la classe préparatoire scientifique aux grandes écoles ATS, accessible aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures et l'arrêté du 5 mai 2015 définissant les objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs (ATS) ingénierie industrielle sont abrogés.

### **Article 6**

I. - Les dispositions du présent arrêté s'appliquent dans les îles Wallis-et-Futuna et en Nouvelle-Calédonie.

II. – Les 21° et 27° du II de l'article 2 de l'arrêté du 27 novembre 2020 susvisé sont abrogés.

### **Article 7**

Le présent arrêté sera publié au *Journal officiel* de la République française.

Fait le

Pour la directrice générale de l'enseignement scolaire,  
et par délégation,

Pour le directeur général de l'enseignement supérieur  
et de l'insertion professionnelle, et par délégation,  
La sous-directrice de la stratégie et de la qualité des formations,  
Muriel POCHARD

Pour le directeur général des outre-mer,  
et par délégation,

## Annexe I

### HORAIRE HEBDOMADAIRE DE LA CLASSE PRÉPARATOIRE SCIENTIFIQUE D'ATS INGENIERIE INDUSTRIELLE

DISCIPLINES	COURS	TD	TP
Mathématiques	6	4 (a)	-
Sciences physiques	5	3 (a)	2
Sciences industrielles	2	2	3
Informatique			1
Français-philosophie	2	1	-
Langue vivante étrangère	2	1	-
Éducation physique et sportive	2		
Total	19	11 (b)	5
<i>(a) dont 1 heure de soutien ;</i>			
<i>(b) dont 2 heures de soutien.</i>			

## Annexe II

### DURÉE HEBDOMADAIRE DES INTERROGATIONS ORALES DANS LA CLASSE PRÉPARATOIRE SCIENTIFIQUE D'ATS INGENIERIE INDUSTRIELLE

INTERROGATIONS ORALES				
MATHÉ- MATI- QUES	SCIENCES PHYSIQUES	SCIENCES INDUSTRIELLES	FRANÇAIS PHILOSOPHIE	LANGUE VIVANTE ÉTRANGÈRE
20 minutes	10 minutes	10 minutes	(a)	10 minutes
<i>(a) deux séances d'interrogations de 30 minutes réparties sur l'année</i>				

L'organisation de ces temps de formation est laissée à la discrétion de l'équipe pédagogique pour répondre de la manière la plus efficace possible à des besoins de différenciation et d'accompagnement

## Annexe III

# Objectifs de formation et programme de mathématiques de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle

### Table des matières

<b>Mission de la filière et acquis des étudiants</b>	<b>2</b>
<b>Objectifs de formation</b>	<b>2</b>
Compétences développées	2
Description et prise en compte des compétences	3
Unité de la formation scientifique	4
Architecture et contenu du programme	4
Organisation du texte	5
<b>PROGRAMME</b>	<b>6</b>
Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement	6
Pratique calculatoire	7
Nombres complexes	9
Géométrie élémentaire du plan	10
Géométrie élémentaire de l'espace	11
Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles	12
Équations différentielles linéaires	14
Systèmes linéaires	15
Polynômes	16
Calcul matriciel	17
Espaces vectoriels et applications linéaires	18
A - Espaces vectoriels	18
B - Espaces vectoriels de dimension finie	19
C - Applications linéaires et représentations matricielles	21
Déterminants	23
Réduction des endomorphismes	24
Espaces euclidiens	25
Nombres réels et suites numériques réelles	26
Limites, continuité et dérivabilité	27
A - Limites et continuité	27
B - Dérivabilité	29
Intégration sur un segment	30
Intégration d'une fonction continue sur un intervalle	32
Développements limités	33
Fonctions vectorielles et courbes paramétrées	34
Séries numériques	35
Séries de Fourier	36
Équations différentielles	37
Fonctions de plusieurs variables	38

## Mission de la filière et acquis des étudiants

Les classes préparatoires ATS sont destinées aux étudiants titulaires d'un BTS ou ayant validé 120 crédits européens dans le cadre des deux premières années de BUT, désireux de poursuivre en écoles d'ingénieurs. Ces derniers ont besoin d'une formation scientifique plus solide pour suivre avec profit des études d'ingénieurs. C'est à eux que s'adresse la filière ATS.

Cette formation mathématique adaptée s'insère dans une organisation de l'enseignement de la discipline valide pour toutes les sections. Les objectifs de formation sont définis comme suit :

- fournir les outils nécessaires pour permettre aux élèves de suivre avec profit d'autres enseignements utilisant des savoir-faire mathématiques ;
- contribuer au développement de la formation scientifique grâce à l'exploitation de toute la richesse de la démarche mathématique : mathématisation d'un problème (modélisation), mise en œuvre d'outils théoriques pour résoudre ce problème, analyse de la pertinence des résultats obtenus ;
- développer des capacités personnelles : acquisition des méthodes de travail, maîtrise des moyens d'expression et des méthodes de représentation, emploi des moyens de documentation.

Le programme des sections de techniciens supérieurs est organisé en modules, chaque module correspondant à un champ mathématique précis. Le programme de chaque BTS indique les modules à enseigner. Les étudiants fréquentant la filière ATS provenant de spécialités différentes ont donc suivi en mathématiques des formations différentes. Compte tenu de la répartition des étudiants de la filière, on suppose a priori, pour l'organisation de l'enseignement, qu'ils ont suivi les enseignements correspondant aux modules suivants :

- suites numériques ;
- fonctions d'une variable réelle ;
- calcul intégral ;
- équations différentielles.

On remarque que la formation mathématique des titulaires de BTS est essentiellement tournée vers l'analyse. Dans les classes ATS, une grande attention devra donc être portée à l'enseignement de l'algèbre linéaire. En particulier, on prendra soin de ne pas regrouper l'enseignement de l'algèbre en un seul bloc mais au contraire de le répartir sur l'ensemble de l'année afin que ces notions nouvelles pour les étudiants soient assimilées dans la durée.

## Objectifs de formation

Le programme de mathématiques d'ATS s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes de BTS et BUT, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

En mathématiques comme dans les autres disciplines, il est demandé aux étudiants de prendre du recul par rapport à leurs savoirs opérationnels afin de progresser vers une approche plus conceptuelle. C'est cette greffe d'un enseignement plus théorique sur une pratique professionnelle maîtrisée à un certain niveau qui fait l'originalité et la richesse de la filière ATS.

## Compétences développées

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;

- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Ces compétences sont dans le prolongement des compétences développées dans les sections de technicien supérieur.

## **Description et prise en compte des compétences**

### **S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies**

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

### **Modéliser**

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire ou de la géométrie. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

### **Représenter**

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

### **Raisonner, argumenter**

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

### **Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique**

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.

Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

### **Communiquer à l'écrit et à l'oral**

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales,

devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

## Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles de l'ingénieur.

C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire et de la géométrie en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques...).

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.

Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques;
- faire le lien avec le programme d'informatique;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

## Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. Si le choix a été fait de ne pas introduire les probabilités dans les contenus du programme, on pourra cependant illustrer certaines notions du programme à l'aide d'exemples faisant intervenir des probabilités.

Le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants, en liaison le cas échéant avec le programme d'informatique.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et les fonctions de variable réelle. En introduction à l'algèbre linéaire, la section sur les systèmes linéaires permet de rappeler les propriétés élémentaires relatives aux droites du plan, aux droites et plans de l'espace.

Ces aménagements devraient permettre de constituer un programme cohérent autour de quelques notions essentielles, en dégagant les idées majeures et leur portée, en fournissant des outils puissants et efficaces, en évitant toute technicité gratuite, et en écartant les notions qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle.

## **Organisation du texte**

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.

Chaque section du programme comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions.

Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes. En particulier, l'ordre de présentation des différentes sections ne doit pas être interprété comme un modèle de progression : afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les disciplines scientifiques et technologiques.

# PROGRAMME

## Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Cette section regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions sont introduites de manière progressive et trouvent naturellement leur place dans les autres sections, en vue d'être acquises en cours d'année. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique n'est exigible.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant les quantificateurs.  
Formuler une négation.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant des connecteurs. Formuler une négation.

#### b) Ensembles

*On se limite à une approche naïve. Aucun développement n'est fait sur la théorie des ensembles.*

Appartenance, inclusion.

Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.

Sous-ensemble (ou partie) de  $E$ . Ensemble vide.

Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.

Notations  $\mathbb{C}_E A$ ,  $\bar{A}$ ,  $E \setminus A$ .

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.

Un élément de  $E^p$  est appelé  $p$ -liste ou  $p$ -uplet d'éléments de  $E$ .

#### c) Méthodes de raisonnement

Raisonnement par contraposition.

Écrire la contraposée d'une assertion.

Raisonnement par l'absurde.

Mener un raisonnement par l'absurde.

Raisonnement par récurrence.

Limité aux récurrences simples.

#### d) Applications

Application (ou fonction) d'un ensemble  $E$  dans un ensemble  $F$ . Graphe d'une application.

Manipuler le langage élémentaire des applications. Faire le lien avec la notion de graphe.

Le point de vue est intuitif : une application de  $E$  dans  $F$  associe à tout élément de  $E$  un unique élément de  $F$ . Toute formalisation est hors programme.

Restrictions.

Notation  $f|_I$ .

Image directe.

Composition.

Reconnaître une fonction composée.

Injection, surjection, bijection, réciproque d'une bijection.

Résoudre des équations.

Application identité.

## Pratique calculatoire

Cette section a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul intégral et différentiel sont différées à des sections ultérieures. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise cette section de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage. Les objectifs de formation sont les suivants :

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités;
- la manipulation des fonctions classiques;
- le calcul de limites, de dérivées et de primitives;
- l'utilisation des notations techniques fondamentales du calcul algébrique.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Inégalités dans $\mathbb{R}$

Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de  $\mathbb{R}$ .  
Compatibilité avec les opérations.

Dresser un tableau de signe.  
Résoudre des inéquations.  
Interpréter graphiquement une inéquation du type  $f(x) \leq \lambda$ .  
L'objectif est une maîtrise de la manipulation des inégalités élémentaires.

Valeur absolue, inégalité triangulaire.

Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type  $|x - a| \leq b$ .

Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.

#### b) Équations, inéquations polynomiales et trigonométriques

Équation du second degré.

Déterminer le signe d'un trinôme.

Cercle trigonométrique, valeurs usuelles.

Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques.

Formules exigibles :  $\cos(a + b)$ ,  $\sin(a + b)$ ,  $\cos(2a)$ ,  $\sin(2a)$ ,  $\tan(a + b)$ .

Exprimer  $\cos(a - b)$ ,  $\sin(a - b)$ .

Transformer  $a \cos(t) + b \sin(t)$  en  $A \cos(t - \varphi)$ .

#### c) Calcul de limites en un point ou à l'infini

Aucune étude théorique de la limite n'est abordée à ce stade. On s'appuie sur les connaissances des limites acquises au lycée.

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse.

Exemples de formes indéterminées.

Lever, sur des exemples simples, certaines formes indéterminées à l'aide de limites de taux d'accroissement, à savoir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x) - 1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}.$$

Croissances comparées.

On s'appuie sur l'étude de la dérivée faite au lycée.

Calculer une limite par encadrement ou par comparaison.

Limite d'une fonction composée.

**d) Calcul de dérivées et de primitives**

Dérivées des fonctions usuelles :  $x \mapsto x^n$  avec  $n \in \mathbb{Z}$ , exp, ln, cos, sin.

Opérations : somme, produit, quotient.

Exemples de calculs de dérivées partielles.

Dérivation de  $t \mapsto \exp(\varphi(t))$  avec  $\varphi$  à valeurs dans  $\mathbb{C}$ .

Primitive sur un intervalle.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples.

Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.

Dériver une fonction composée.

Reconnaître des expressions du type  $\frac{u'}{u}$ ,  $u' u^n$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{u'}{u^n}$ ,  $(v' \circ u) \cdot u'$ , où  $u$  et  $v$  sont des fonctions dérivables, afin d'en calculer les primitives.

**e) Sommes et produits**

Notations et règles de calcul.

Factorielle, coefficients binomiaux.

Triangle de Pascal, formule de binôme de Newton.

Factorisation de  $a^n - 1$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Exemple de calcul de sommes :

$$\sum_{k=0}^n k \quad \sum_{k=0}^n q^k.$$

Effectuer un changement d'indice.

Sommes et produits télescopiques.

L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles  $\sum$  et  $\prod$  sur des exemples de difficulté raisonnable.

On utilise aussi la notation  $a_0 + \dots + a_n$ .

Notations  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  lue «  $k$  parmi  $n$  ».

Développer  $(a \pm b)^n$ .

## Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis des années précédentes. Le programme combine plusieurs aspects :

- équations algébriques (équations du second degré, racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe);
- interprétation géométrique des nombres complexes;
- exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier cette section aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes

La construction de  $\mathbb{C}$  n'est pas exigible.

Parties réelle et imaginaire, forme algébrique.  
Opérations sur les nombres complexes.  
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.

Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.  
Module d'un nombre complexe. Relation  $|z|^2 = z\bar{z}$ . Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

Notations  $\operatorname{Re}(z)$ ,  $\operatorname{Im}(z)$ .

Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe.

Notation  $\bar{z}$ .

On identifie  $\mathbb{C}$  au plan usuel muni d'un repère orthonormal direct.

Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe.

Interpréter géométriquement  $|z - a|$  avec  $(a, z) \in \mathbb{C}^2$ .

### b) Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1

Définition de  $e^{i\theta}$  où  $\theta \in \mathbb{R}$ , formules d'Euler. Description des éléments de  $\mathbb{U}$ .

Relation  $e^{ia}e^{ib} = e^{i(a+b)}$ . Formule de Moivre.

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe :  $e^z = e^xe^{iy}$  où  $z = x + iy$  et  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .

Factoriser  $1 \pm e^{i\theta}$ .

Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques. Retrouver les expressions de  $\cos(nt)$  et  $\sin(nt)$  en fonction de  $\cos(t)$  et  $\sin(t)$  pour de petites valeurs de  $n$ .

Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.

### c) Arguments d'un nombre complexe non nul

Arguments d'un nombre complexe non nul. Coordonnées polaires.

Arguments d'un produit, d'un quotient.

Écrire un nombre complexe non nul sous la forme  $z = \rho e^{i\theta}$  où  $\rho > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$  (forme trigonométrique).

Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe.

### d) Équation du second degré dans $\mathbb{C}$

Racines carrées d'un nombre complexe.

Équation du second degré dans  $\mathbb{C}$ .

Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique ou trigonométrique.

Résoudre une équation du second degré dans  $\mathbb{C}$ .

### e) Racines $n$ -ièmes

Description des racines  $n$ -ième d'un nombre complexe.

Résoudre l'équation  $z^n = \lambda$ .

## Géométrie élémentaire du plan

Les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points, la façon d'associer à deux points  $A$  et  $B$  le vecteur  $\overrightarrow{AB}$ , ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à  $\mathbb{R}^2$  ou à  $\mathbb{C}$ . La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Cette section doit être traitée en liaison avec les autres disciplines.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Repérage dans le plan

Repère orthonormal (ou orthonormé).  
Coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.  
Passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes.  
On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.

#### b) Produit scalaire

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls alors

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  sinon.

Bilinéarité, symétrie.

Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale (démonstration non exigible).

Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs.

Déterminer une mesure d'un angle non orienté.

#### c) Déterminant dans une base orthonormée directe

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls alors

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$  sinon.

Bilinéarité, antisymétrie.

Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme.

Caractériser la colinéarité de deux vecteurs.

La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe.

Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe.

Démonstrations non exigibles.

Notation :  $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$ .

#### d) Droites

Définition, vecteur directeur, vecteur normal.  
Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.

Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement.

Déterminer l'intersection de deux droites.

Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite.

Calculer la distance d'un point à une droite.

**e) Cercles**

Définition, équation cartésienne.

Reconnaître une équation cartésienne de cercle.  
 Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et de son rayon.  
 Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation.  
 Déterminer une équation d'un cercle connaissant les extrémités d'un diamètre.

**Géométrie élémentaire de l'espace**

*Dans cette section, on adapte à l'espace les notions étudiées dans la section de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur la section de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.*

**a) Repérage dans l'espace**

Repère orthonormal (ou orthonormé) de l'espace; coordonnées cartésiennes.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.  
 On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.

**b) Produit scalaire**

Définition géométrique.  
 Bilinéarité, symétrie.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale directe (démonstration hors programme).

**c) Produit vectoriel dans l'espace orienté**

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non colinéaires, le produit vectoriel de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est le vecteur de norme  $\|\vec{u}\| \|\vec{v}\| |\sin(\vec{u}, \vec{v})|$  directement orthogonal à  $(\vec{u}, \vec{v})$ ; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.  
 Bilinéarité, antisymétrie.

La notion d'orientation de l'espace, reposant sur les conventions physiques usuelles, est admise.

Exprimer le produit vectoriel dans une base orthonormale directe.  
 Démonstrations hors programme.

**d) Déterminant dans l'espace orienté muni d'une base orthonormée directe**

Définition du déterminant de trois vecteurs :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = (\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}$$

Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires.  
 Interpréter  $|\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})|$  comme volume du parallélépipède construit sur  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ .  
 Exprimer le déterminant dans une base orthonormée directe.

Notation :  $\begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix}$ .

Trilinéarité, antisymétrie.

Démonstrations hors programme.

**e) Plans et droites**

Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.

Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan. Passer d'une représentation à l'autre.

Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.

Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans.

Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite.

Passer d'une représentation à l'autre.

Étudier les intersections.

Distance d'un point à un plan.

Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur un plan.

**f) Sphères**

Définition, équation cartésienne en repère orthonormé.

Reconnaître une équation cartésienne de sphère.

Déterminer une équation d'une sphère à partir de son centre et de son rayon.

Déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir d'une équation.

Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

**Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles***Cette section est naturellement à relier aux disciplines scientifiques et technologiques.***a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans  $\mathbb{R}$** Domaine de définition d'une fonction.  
Représentation graphique d'une fonction.

Représenter graphiquement une fonction donnée par son expression.

Fonctions paires, impaires, périodiques.

Interpréter géométriquement ces propriétés.

Exemples de fonctions paires ou impaires définies sur une demi-période en vue de l'étude des séries de Fourier.

Somme, produit, composée.

Monotonie.

Fonctions majorées, minorées, bornées.

Interpréter géométriquement ces propriétés.

Une fonction  $f$  est bornée si et seulement si  $|f|$  est majorée.

Extremum, extremum local.

**b) Dérivation**

Équation de la tangente en un point.

Interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.

Application à l'étude des variations d'une fonction.

Dresser le tableau de variation d'une fonction.  
À ce stade, un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.

Fonction réciproque.

Tracer le graphe d'une fonction réciproque.  
Calculer la dérivée d'une fonction réciproque.  
La dérivée de la réciproque est obtenue géométriquement à l'aide de la symétrie des tangentes. La formule sera démontrée ultérieurement.

### c) Étude d'une fonction

Plan d'étude d'une fonction.

Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction.  
Déterminer les variations et les limites d'une fonction.  
Déterminer les extremums éventuels d'une fonction.  
Tracer le graphe d'une fonction.  
Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction.  
Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités.

### d) Fonctions usuelles

Valeur absolue.

Représenter graphiquement la fonction.

Partie entière.

Représenter graphiquement la fonction.  
Notation  $\lfloor x \rfloor$ . L'existence est admise.  
Toute technicité dans les calculs se rapportant à  $\lfloor x \rfloor$  est exclue.

Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.  
Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}_-^*$ . Relations  $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$ ,  $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .

Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle.

Comparer des fonctions au voisinage de l'infini.

Les fonctions hyperboliques directes ch, sh et th peuvent faire l'objet d'exercices, mais aucune connaissance sur ces fonctions n'est exigible.

## Équations différentielles linéaires

Les étudiants ont étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, du premier et du second ordre. Il s'agit dans cette section de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur. Cette section doit être traitée en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Équations différentielles linéaires du premier ordre

Équation  $y' + a(x)y = b(x)$ , où  $a$  et  $b$  sont des fonctions, à valeurs réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle de  $\mathbb{R}$ .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Écrire et résoudre l'équation homogène associée.  
Utiliser le principe de superposition ou la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière.

Déterminer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.

Décrire l'ensemble des solutions.

Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentées par d'autres lettres que  $x$  et  $y$ .

Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.

La démonstration est hors programme.

#### b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants

Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants  $y'' + ay' + by = f(x)$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels et  $f$  est une application continue à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Donner l'équation caractéristique.

Résoudre l'équation homogène, notamment dans le cas d'une équation de la forme  $y'' \pm \omega^2 y = 0$  avec  $\omega \in \mathbb{R}$ .

Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme  $P(x)e^{\omega x}$  avec  $\omega \in \mathbb{C}$  et  $P$  une fonction polynomiale.

Utiliser le principe de superposition.

Exprimer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.

Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.

Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.

La démonstration est hors programme.

## Systemes lineaires

Il s'agit d'introduire des notions nouvelles pour les étudiants. L'objectif est double :

- maîtriser la théorie des systèmes linéaires du point de vue de la méthode du pivot, pour son intérêt mathématique et algorithmique, ainsi que pour ses applications aux disciplines scientifiques et technologiques;
- préparer l'introduction de l'algèbre linéaire abstraite.

Les résultats, présentés dans le cadre des systèmes à coefficients réels, sont étendus sans difficulté au cas des systèmes à coefficients complexes.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Systemes lineaires

Définition d'un système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues.

Reconnaître qu'un système donné est un système linéaire.

Système homogène.

Les solutions sont définies comme éléments de  $\mathbb{R}^p$ .

Système homogène associé à un système quelconque.

Matrice  $A$  d'un système linéaire; matrice augmentée  $(A|B)$  où  $B$  est la colonne des seconds membres.

Calculer le produit d'une matrice par une colonne. Écrire un système sous la forme matricielle  $AX = B$ .

Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes  $L_i$  et  $L_j$ , multiplication de  $L_i$  par  $\lambda \neq 0$ , ajout de  $\lambda \cdot L_j$  à  $L_i$  pour  $i \neq j$ .

Interpréter les opérations sur les lignes en termes de système linéaire.

Notations  $L_i \leftrightarrow L_j$ ;  $L_i \leftarrow \lambda L_i$ ;  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ .

Deux systèmes sont dits équivalents si on passe de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.

Maîtriser la notion de système équivalent.

Deux matrices sont dites équivalentes en lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Relier cette notion à la théorie des systèmes linéaires.

Notation  $A \underset{L}{\sim} A'$ .

Si on passe d'un système  $\mathcal{S}$  à un autre système  $\mathcal{S}'$  par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de  $\mathcal{S}'$  s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de  $\mathcal{S}$ .

Cela justifie la présentation matricielle d'un système linéaire.

#### b) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan

Matrice échelonnée en ligne.

Reconnaître et exploiter des matrices échelonnées dans le cadre de l'étude de systèmes linéaires.

Un schéma « en escalier » illustre la notion de matrice échelonnée.

On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non entièrement nulle.

#### c) Résolution d'un système linéaire

Inconnues principales et inconnues secondaires (paramètres).

Faire le lien entre nombre d'équations, nombre d'inconnues et nombre de pivots.

Rang d'un système linéaire.

Le rang est ici défini comme égal au nombre de pivots. On admettra la cohérence de cette définition.

Déterminer si un système linéaire possède ou non des solutions.

## Polynômes

L'objectif est d'étudier, par des méthodes élémentaires, les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où les coefficients sont réels ou complexes ( $\mathbb{K}$  désignant  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ). On pourra confondre polynômes et fonctions polynomiales.

### a) Polynômes à une indéterminée

Définition d'un polynôme comme fonction polynomiale de  $\mathbb{K}$  dans  $\mathbb{K}$ .

Ensemble  $\mathbb{K}[X]$  des polynômes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Opérations : somme, produit et composée.

Degré d'un polynôme. Coefficient dominant. Degré d'une somme et d'un produit.

Aucune connaissance de la construction de  $\mathbb{K}[X]$  n'est exigible.

Notation  $a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$  ou  $\sum_{p=0}^n a_pX^p$ .

Le degré du polynôme nul vaut par convention  $-\infty$ . Ensemble  $\mathbb{K}_n[X]$  des polynômes de degré au plus  $n$ .

### b) Bases de l'arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$

Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$ . Diviseurs et multiples.

Division euclidienne dans  $\mathbb{K}[X]$ .

Effectuer une division euclidienne de polynômes.

### c) Racines

Racine (ou zéro) d'un polynôme.

Multiplicité d'une racine.

Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en  $a$  de l'ordre de multiplicité de la racine  $a$ .

Majoration du nombre de racines d'un polynôme non nul par son degré.

Polynôme scindé sur  $\mathbb{K}$ .

Déterminer les racines d'un polynôme.  
Caractériser les racines par la divisibilité.  
Factoriser par  $(X - a)$  lorsque  $a$  est racine.

Démonstration non exigible.  
Factoriser par  $(X - a)^\alpha$  lorsque  $a$  est racine d'ordre de multiplicité  $\alpha$ .

### d) Décomposition en facteurs irréductibles

Théorème de d'Alembert-Gauss.

Polynômes irréductibles.

Description des polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  et  $\mathbb{R}[X]$ .

Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles sur  $\mathbb{C}$  et sur  $\mathbb{R}$ .

La démonstration de ce théorème est hors programme.

**e) Somme et produit des racines d'un polynôme de degré 2.**

Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme de degré 2 en fonction de ses coefficients.

Aucune connaissance sur la somme et le produit des racines d'un polynôme de degré strictement supérieur à 2 n'est exigible.

**f) Fractions rationnelles**

Existence et unicité de la partie entière d'une fraction rationnelle  $R$ ; détermination de la partie polaire de  $R$  relative à un pôle  $a$ .

Calcul de la partie polaire en un pôle simple. Aucune connaissance n'est exigible dans le cas de pôles d'ordre supérieur.

Exemples de décomposition en éléments simples sur  $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$  d'une fraction rationnelle à coefficients réels, lorsque les pôles complexes sont d'ordre 1 ou 2.

La démonstration de l'existence et de l'unicité de la partie polaire est hors programme.

L'objectif est la mise en pratique sur des cas simples.

**Calcul matriciel****a) Matrices : opérations et propriétés**

Ensemble des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$  ( $\mathbb{K}$  désignant  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ).

Notation  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales.

Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.

Interpréter le produit  $AX$  d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de  $A$ .

Produit de deux matrices.

Interpréter la  $j$ -ème colonne du produit  $AB$  comme le produit de  $A$  par la  $j$ -ème colonne de  $B$ .

Interpréter la  $i$ -ème ligne du produit  $AB$  comme le produit de la  $i$ -ème ligne de  $A$  par  $B$ .

Formule du binôme.

Calculer les puissances de certaines matrices carrées.

**b) Matrice inversible**

Matrice carrée inversible. Inverse.

On appelle groupe linéaire, noté  $GL_n(\mathbb{K})$ , l'ensemble des matrices inversibles de taille  $n$ .

Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée  $A$  par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme  $AX = B$  où  $X$  et  $B$  sont deux matrices colonnes.

Caractériser l'inversibilité par le nombre de pivots.

Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse.

On admet que l'inversibilité à droite implique l'inversibilité à gauche et réciproquement.

Toute théorie générale des groupes est exclue.

La notion de comatrice est hors programme.

Inverse du produit de matrices inversibles.

## Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur  $\mathbb{R}$  et sur  $\mathbb{C}$ . Après l'approche numérique des sections « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel », on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans la sous-section « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

La deuxième sous-section « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels à la sous-section « C - Applications linéaires et représentations matricielles ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires. Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :

- traiter cette section selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces  $\mathbb{K}^n$  à l'aide des techniques développées dans les sections « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel » ;
- mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces  $\mathbb{K}^n$  avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

### A - Espaces vectoriels

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Espaces et sous-espaces vectoriels

Définition d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Espaces vectoriels de référence :  $\mathbb{K}^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\mathbb{K}[X]$ ,  $\mathcal{F}(\Omega, \mathbb{K})$  pour  $\Omega$  non vide (cas particulier des suites) et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Sous-espaces d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels.

Identifier un ensemble comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.

L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à  $p$  inconnues et à coefficients dans  $\mathbb{K}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{K}^p$ .

L'ensemble des solutions sur un intervalle  $I$  d'une équation différentielle linéaire homogène est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{F}(I, \mathbb{K})$ .

Appréhender le concept d'espace vectoriel de fonctions.

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels.

Notation  $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$ .

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Somme de deux sous-espaces  $F$  et  $G$  d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$ .

Brève extension au cas d'une somme finie de sous-espaces vectoriels.

La somme  $F + G$  est dite directe si l'écriture de tout vecteur de  $F + G$  comme somme d'un élément de  $F$  et d'un élément de  $G$  est unique.  
Sous-espaces supplémentaires.

Exploiter une relation  $F \cap G = \{0\}$  pour démontrer que  $F$  et  $G$  sont en somme directe.  
Déterminer l'unique décomposition d'un vecteur donné dans une somme directe.  
La notion de somme directe de plusieurs sous-espaces vectoriels est au programme en vue de la réduction. Elle peut être introduite, sans aucune technicité, ici ou dans la section sur la réduction.

**b) Familles finies de vecteurs**

Vecteurs colinéaires.  
Famille libre, famille liée.

Déterminer si une famille donnée est libre ou liée.

Toute famille de polynômes non nuls à coefficients dans  $\mathbb{K}$  et de degrés deux à deux distincts est libre.

Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Déterminer si une famille est génératrice.

Bases.  
Exemples usuels : bases canoniques des espaces  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Coordonnées dans une base. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur  $x$  dans une base  $\mathcal{B}$ .

Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée.  
Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(x)$ .

Base adaptée à une somme directe.  
Si  $(e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n)$  est une famille libre d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  alors  $\text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$  et  $\text{Vect}(e_{k+1}, \dots, e_n)$  sont en somme directe.

**B - Espaces vectoriels de dimension finie**

**a) Dimension finie**

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.  
Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul  $E$ , on peut extraire une base de  $E$ .

Exhiber une base d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  non nul de dimension finie.  
Application à l'existence d'une base pour tout  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul de dimension finie.

Théorème de la base incomplète : toute famille libre de  $E$  peut être complétée en une base.  
Dans un espace engendré par  $n$  vecteurs, toute famille de  $n + 1$  vecteurs est liée.

Dimension.  
Dimensions de  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .  
Si  $E$  est de dimension  $n$  et  $\mathcal{F}$  une famille de  $n$  vecteurs de  $E$ , alors  $\mathcal{F}$  est une base de  $E$  si et seulement si  $\mathcal{F}$  est libre, si et seulement si  $\mathcal{F}$  est génératrice.

On convient que l'espace  $\{0_E\}$  est de dimension nulle.

**b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie**

Si  $F$  est un sous-espace d'un espace vectoriel  $E$  de dimension finie alors  $F$  est de dimension finie et  $\dim(F) \leq \dim(E)$ . De plus,  $F = E$  si et seulement si les deux dimensions sont égales.

Supplémentaires d'un sous-espace. Existence, dimension commune.

Dimension de la somme de deux sous-espaces : formule de Grassmann.

Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.

Démontrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires à l'aide de la caractérisation par l'intersection nulle et la somme des dimensions.

Cas d'une somme directe.

**c) Famille finie de vecteurs**

Rang d'une famille finie  $(u_1, \dots, u_p)$  de vecteurs d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Combinaison linéaire d'une famille finie  $\mathcal{F}$  de vecteurs. Famille libre, famille liée.

Si  $A$  est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de  $p$  vecteurs  $u_1, u_2, \dots, u_p$  de  $\mathbb{R}^n$ , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) la famille  $(u_1, \dots, u_p)$  est libre ;
- (ii) le système  $AX = 0$  a pour seule solution la solution triviale ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à  $p$ .

Si  $A$  est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de  $p$  vecteurs  $u_1, u_2, \dots, u_p$  de  $\mathbb{R}^n$ , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) les vecteurs  $u_1, \dots, u_p$  forment une famille génératrice de  $\mathbb{R}^n$  ;
- (ii) pour toute matrice colonne  $B$  à  $n$  lignes, le système  $AX = B$  est compatible ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à  $n$ .

Majorer le rang d'une famille de vecteurs en exhibant une relation linéaire. Le minorer en exhibant une sous-famille libre.

Utiliser le rang d'une famille de vecteurs pour démontrer qu'elle est libre ou génératrice.

Notation  $\text{rg}(u_1, \dots, u_p)$ .

Notation  $\text{Vect}(\mathcal{F})$ .

Déterminer si une famille de vecteurs est libre ou liée.

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

Déterminer un système d'équations linéaires de  $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$ .

Donner une interprétation géométrique dans les cas  $n = 2$  et  $n = 3$ .

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

**a) Généralités**

Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes.  
 Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées.  
 Règles de calcul.  
 Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.  
 Image directe d'un sous-espace vectoriel.  
 Image et noyau.  
 L'image par une application linéaire  $u$  d'une famille génératrice de  $E$  est génératrice de  $\text{Im}(u)$ .

Notations  $\mathcal{L}(E, F)$  et  $\mathcal{L}(E)$ .  
  
 Notation  $\text{GL}(E)$  pour le groupe linéaire.  
  
 Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire.  
 Caractériser l'injectivité d'une application linéaire à l'aide du noyau, la surjectivité à l'aide de l'image.  
 Notations  $\text{Im}(u)$ ,  $\text{Ker}(u)$ .

**b) Isomorphismes**

Une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est un isomorphisme si et seulement si elle transforme une (toute) base de  $E$  en une base de  $F$ .  
 Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.  
 Si  $E$  et  $F$  ont même dimension finie alors une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.

Cas particulier des endomorphismes.  
 Contre-exemples en dimension infinie.

**c) Modes de définition d'une application linéaire**

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.  
 Une application linéaire définie sur  $E = E_1 \oplus E_2$  est déterminée par ses restrictions à  $E_1$  et  $E_2$ .

**d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel**

Identité, homothéties.  
 Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.

Notation  $\text{Id}_E$ .

**e) Rang d'une application linéaire**

Rang d'une application linéaire.  
 Théorème du rang : si  $E$  est de dimension finie et  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  alors  $u$  est de rang fini et  $\dim(E) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u)$ .

La démonstration est hors programme.

**f) Représentation matricielle en dimension finie**

Matrice d'une application linéaire  $u$  dans un couple de bases.

Un couple de bases étant fixé, isomorphisme  $u \mapsto \text{Mat}_{\mathcal{B},\mathcal{C}}(u)$ . Application au calcul de la dimension de  $\mathcal{L}(E, F)$ .

Matrice d'une composée.

Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.

Matrice de passage d'une base à une autre.

Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.

Matrices semblables.

Passer du registre vectoriel au registre matriciel pour exprimer les coordonnées de  $u(x)$  en fonction de celles de  $x$ .

Déterminer la matrice, dans une base adaptée, d'un projecteur et d'une symétrie.

Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B},\mathcal{C}}(u)$ , où  $\mathcal{B}$  est une base de l'espace de départ et  $\mathcal{C}$  une base de l'espace d'arrivée.

Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$  dans le cas où  $\mathcal{B} = \mathcal{C}$ .

Déterminer la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, après un changement de base(s).

Choisir une base adaptée à un problème donné.

**g) Application linéaire de  $\mathbb{K}^p$  dans  $\mathbb{K}^n$  canoniquement associée à une matrice**

*On peut identifier les éléments de  $\mathbb{K}^p$  et de  $\mathbb{K}^n$  avec des matrices colonnes.*

Application  $X \mapsto AX$ . Linéarité.

L'image  $AX$  est combinaison linéaire des colonnes de  $A$ .  
Image et noyau d'une matrice.

Passer d'une écriture du type  $(x, y) \mapsto (ax + by, cx + dy)$  à une écriture matricielle et réciproquement.

Déterminer des équations de l'image et du noyau de  $A$ .  
On utilise l'échelonnement d'un système pour déterminer des équations de l'image.

**h) Rang d'une matrice**

Rang d'une matrice  $A$ , pour  $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du rang.

Faire le lien entre divers aspects de la notion de rang (rang d'une matrice, d'une application linéaire, d'une famille de vecteurs, d'un système linéaire).

Calculer le rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire par la méthode du pivot.

Pour le calcul à la main, on se limite à des cas simples.

**i) Trace et transposée d'une matrice**

Trace d'une matrice carrée.

Linéarité.  $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$ .

Deux matrices semblables ont même trace.

Trace d'un endomorphisme en dimension finie.

Transposée d'une matrice.

Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit, inverse.

Notation  $A^T$ .

Matrice symétrique, antisymétrique.

## Déterminants

Cette section développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

Dans toute cette partie,  $\mathbb{K}$  désigne  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Déterminant d'une matrice carrée

Il existe une unique application de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  dans  $\mathbb{K}$ , appelée déterminant, telle que :

- (i) le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ;
- (ii) l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par  $-1$  ;
- (iii) le déterminant de la matrice unité  $I_n$  vaut 1.

Notation  $\det$ .

La démonstration de ce théorème pour  $n \geq 4$  et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme. Interprétation géométrique de cette définition pour  $n \in \{2, 3\}$  par les notions d'aire et de volume algébriques.

#### b) Propriétés du déterminant

Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul.

Expression de  $\det(\lambda A)$  pour  $\lambda \in \mathbb{K}$  et  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.

Déterminant d'une matrice triangulaire.

Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.

Déterminant d'un produit de matrices carrées.

Déterminant de l'inverse.

Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.

Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.

Démonstration non exigible.

La notion de comatrice est hors programme.

#### c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme

Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases.

Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des endomorphismes bijectifs.

La formule de changement de bases pour un déterminant est hors programme.

Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

## Réduction des endomorphismes

*Cette section étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.*

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Éléments propres et polynôme caractéristique

Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme. Spectre.

Interprétation en termes de droite stable.  
Notation  $\text{Sp}$ .

Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.  
Polynôme caractéristique d'un endomorphisme.

Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres.

Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.

Éléments propres d'une matrice.

Extension des définitions et de ces résultats aux matrices.

### b) Endomorphismes et matrices diagonalisables

Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à  $E$ .

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé.

Un endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et dont toutes les valeurs propres sont simples est diagonalisable.

Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.

Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.

Extension des résultats précédents au cas des matrices.

### c) Endomorphismes et matrices trigonalisables

Un endomorphisme est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.

Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.

En particulier, tout endomorphisme d'un  $\mathbb{C}$ -espace vectoriel est trigonalisable.

Expression du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction des valeurs propres.

Démonstration hors programme.

Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.

Extension des résultats aux matrices.

### d) Applications de la réduction

Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.

Résolution de systèmes récurrents linéaires homogènes.

Toutes les indications doivent être données pour traduire une récurrence scalaire en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type  $X_{n+1} = AX_n$ .

## Espaces euclidiens

Cette section est organisée autour de trois objectifs :

- introduire les notions fondamentales liées à la structure euclidienne de  $\mathbb{R}^n$  ;
- étudier les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions 2 et 3 en insistant sur les représentations géométriques ;
- traiter la réduction des matrices symétriques réelles.

Dans cette section, seules les connaissances liées à la structure euclidienne de  $\mathbb{R}^n$  peuvent faire l'objet d'une évaluation.

### a) Produit scalaire et norme

Produit scalaire.  
Espace euclidien.

Notations  $\langle x, y \rangle$ ,  $(x|y)$ ,  $x \cdot y$ .

On pourra donner des exemples de produits scalaires définis par une intégrale sur des espaces de fonctions et de polynômes mais aucune connaissance sur des espaces euclidiens autres que  $\mathbb{R}^n$  n'est exigible.

Produit scalaire euclidien canonique sur  $\mathbb{R}^n$ .  
Norme associée à un produit scalaire, distance associée.  
Bases orthonormales de  $\mathbb{R}^n$ .  
Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ;  
expression du produit scalaire et de la norme.

### b) Isométries vectorielles de l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$ et matrices orthogonales

Un endomorphisme de l'espace euclidien  $\mathbb{R}^n$  est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.  
Matrice orthogonale : définition par l'égalité  $A^T A = I_n$ .  
Caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes.  
Groupe orthogonal d'ordre  $n$ .  
Si  $\mathcal{B}_0$  est une base orthonormale de  $\mathbb{R}^n$  et  $u$  un endomorphisme de  $\mathbb{R}^n$ , alors  $u$  est une isométrie vectorielle si et seulement si  $\text{Mat}_{\mathcal{B}_0}(u)$  est orthogonale.  
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.

Démonstration non exigible.

Notations  $O_n(\mathbb{R})$ ,  $O(n)$ .

Démonstration non exigible.

Application à l'orientation d'un espace euclidien et à la notion de base orthonormale directe.

### c) Classification en dimensions 2 et 3

Description du groupe orthogonal en dimensions 2 et 3.

Utilisation des éléments propres pour la classification des isométries. Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.

### d) Matrices symétriques réelles

Théorème spectral : pour toute matrice symétrique réelle  $A$ , il existe une matrice diagonale  $D$  et une matrice orthogonale  $P$  telles que  $D = P^{-1}AP$ .

Démonstration hors programme. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme.

## Nombres réels et suites numériques réelles

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximations de nombres réels). Les notions de borne supérieure et inférieure sont introduites uniquement pour aboutir au théorème de la limite monotone.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Nombres réels

Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels.	La construction de ces ensembles de nombres est hors programme.
Droite réelle.	Faire le lien avec la géométrie. La construction de $\mathbb{R}$ est hors programme.
La relation $\leq$ dans $\mathbb{R}$ : majorant, maximum, minorant, minimum. Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de $\mathbb{R}$ .	Déterminer les bornes supérieure et inférieure éventuelles de fonctions. Aucun développement ni aucune technicité ne sont attendus.
Approximations décimales d'un nombre réel.	Déterminer les valeurs décimales approchées à la précision $10^{-n}$ par défaut et par excès.

#### b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite.	Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence. La notion de suite extraite n'est pas exigible.
Opérations. Monotonie, stricte monotonie. Suites minorées, majorées, bornées.	Manipuler sur des exemples des majorations et minoration. Une suite $(u_n)$ est bornée si et seulement si $( u_n )$ est majorée.
Suites arithmétiques et suites géométriques.	Les suites arithmético-géométriques ne font pas l'objet d'un cours.

#### c) Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite.	Prouver l'existence d'une limite $\ell$ en majorant $ u_n - \ell $ , notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type : $ u_{n+1} - \ell  \leq k u_n - \ell $ . Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Notation $u_n \rightarrow \ell$ . Notation $\lim u_n$ .
Unicité de la limite. Suite convergente, suite divergente. Toute suite réelle convergente est bornée. Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.	Lever une indétermination.
Cas des suites géométriques, arithmétiques. Passage à la limite dans une inégalité.	

#### d) Théorèmes d'existence d'une limite

Théorèmes de convergence par encadrement.

Divergence par comparaison : si  $(u_n)$  tend vers  $+\infty$  et si, pour tout  $n$ , on a  $u_n \leq v_n$ , alors  $(v_n)$  tend vers  $+\infty$ .

Théorème de la limite monotone.

Théorème des suites adjacentes.

Adapter cet énoncé aux suites tendant vers  $-\infty$ .

Exploiter ce théorème sur des exemples.

La démonstration de ce théorème est hors programme.

Il convient d'insister sur l'intérêt algorithmique de cette notion : résolution approchée par dichotomie d'une équation du type  $f(x) = 0$  et approximations décimales d'un nombre réel.

Les suites définies par une relation de récurrence du type  $u_{n+1} = f(u_n)$  sont à étudier sous forme d'exercices guidés, toutes les indications utiles pour déterminer leurs propriétés doivent être données.

### e) Comparaisons de suites

Relations de comparaison : négligeabilité, équivalence.

Croissances comparées des suites usuelles :  $\ln^\beta(n)$ ,  $n^\alpha$ ,  $e^{\gamma n}$  et  $n!$ .

Liens entre les différentes relations de comparaison.

Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.

Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Notations  $u_n = o(v_n)$  et  $u_n \sim v_n$ .

On définit ces relations à partir du quotient  $\frac{u_n}{v_n}$  en supposant que la suite  $(v_n)$  ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

Traduire les croissances comparées à l'aide de  $o$ .

Si  $u_n = o(v_n)$  alors  $v_n + u_n \sim v_n$ .

Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites.

## Limites, continuité et dérivabilité

Cette section est divisée en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans la première section d'analyse.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction  $f$  définie sur  $I$  est vraie au voisinage de  $a$  si elle est vraie sur l'intersection de  $I$  avec un intervalle ouvert centré sur  $a$  si  $a$  est réel, avec un intervalle  $[A, +\infty[$  si  $a = +\infty$ , avec un intervalle  $] -\infty, A]$  si  $a = -\infty$ .

### A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

**a) Limite finie ou infinie en un point ou en  $\pm\infty$** 

Étant donné un point  $a$  appartenant à  $I$  ou extrémité de  $I$ , limite finie ou infinie d'une fonction en  $a$ .

Unicité de la limite.

Si  $f$  admet une limite finie en  $a$  alors  $f$  est bornée au voisinage de  $a$ .

Limite à droite, limite à gauche.

Extension de la notion de limite en  $a$  lorsque  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en  $a$ .

Image d'une suite de limite  $\ell$  par une fonction admettant une limite en  $\ell$ .

Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.

Notations  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$ ,  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \ell$ .

Notation  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ .

Notations  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  ou  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ .

Exploiter ces résultats sur des exemples.

Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

**b) Comparaison des fonctions**

Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement pour les fonctions.

Théorème de la limite monotone.

Relations de négligeabilité et d'équivalence.

Démonstration non exigible.

Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.

**c) Continuité en un point**

Continuité de  $f$  en un point  $a$  de  $I$ .

Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en un point.

Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.

La continuité de  $f$  au point  $a$  de  $I$  est définie par la relation  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} f(a)$ .

Pour  $a$  n'appartenant pas à  $I$ , la fonction  $f$  a une limite finie en  $a$  si et seulement si elle se prolonge par continuité en  $a$ .

Exploiter ces résultats sur des exemples.

**d) Continuité sur un intervalle**

Définition. Opérations. Ensemble  $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$ .

Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

En liaison avec le programme d'informatique, appliquer le procédé de dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration n'est pas exigible.

La démonstration est hors programme.

**e) Continuité et bijectivité**

Toute fonction  $f$  continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  réalise une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$ ; sa réciproque est continue et strictement monotone sur  $f(I)$  (de même monotonie que la fonction  $f$ ).

Appliquer ce résultat sur des exemples.  
Comparer la représentation graphique d'une fonction continue strictement monotone et celle de sa réciproque.  
La démonstration est hors programme.

**B - Dérivabilité****a) Nombre dérivé, fonction dérivée**

Dérivabilité de  $f$  en  $a$ , nombre dérivé.

Équivalence avec l'existence d'un développement limité en  $a$  à l'ordre 1.

Dérivabilité à droite et à gauche en  $a$ .

Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point particulier, à partir de la définition.

Notation  $f'(a)$ .

La droite d'équation

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

est appelée tangente au graphe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ . Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes).  
Interprétation cinématique.

**b) Opérations sur les fonctions dérivables**

Si  $f$  et  $g$  sont dérivables en  $a$ , dérivabilité et dérivée en  $a$  de  $f + g$ ,  $f g$  et, si  $g(a) \neq 0$ , de  $\frac{f}{g}$ .

Dérivabilité et dérivée en  $a$  de  $g \circ f$  lorsque  $f$  est dérivable en  $a$  et  $g$  est dérivable en  $f(a)$ .

Si  $f$  est une fonction continue et strictement monotone (donc bijective) de l'intervalle  $I$  sur l'intervalle  $J$  et si  $f$  est dérivable en  $a$ , condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de  $f^{-1}$  en  $f(a)$  et calcul de la dérivée en ce point.

Extension des résultats précédents aux fonctions dérivables sur un intervalle. En particulier, propriétés de la réciproque d'une bijection de classe  $\mathcal{C}^1$ .

**c) Propriétés des fonctions dérivables**

Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.

Égalité des accroissements finis.

Inégalité des accroissements finis : si une fonction  $f$  de  $[a, b]$  dans  $\mathbb{R}$ , continue sur  $[a, b]$ , dérivable sur  $]a, b[$ , vérifie pour tout  $t$  de  $]a, b[$ ,  $|f'(t)| \leq M$ , alors, pour tous  $x, y$  de  $[a, b]$ , on a  $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$ .

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes, parmi les fonctions dérivables.

Interpréter ce résultat de manière géométrique et cinématique.

Démonstration non exigible.

Appliquer ces résultats sur des exemples.

#### d) Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$

Fonction de classe  $\mathcal{C}^k$  sur un intervalle  $I$ , où  $k$  appartient à  $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$ .

Opérations : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composée, réciproque.

Ensemble  $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{R})$ .

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées.

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

### Intégration sur un segment

*L'objectif de cette section est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée les années précédentes. La présentation de l'intégrale d'une fonction positive sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme. Le cas des fonctions à valeurs réelles est étendu sans difficulté au cas complexe.*

#### a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Intégrale d'une fonction  $f$  continue sur un segment  $[a, b]$ .

Valeur moyenne.

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

Inégalité  $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$ .

Relation de Chasles.

Une fonction continue et positive sur  $[a, b]$  (où  $a < b$ ) est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.

Interpréter géométriquement l'intégrale d'une fonction positive (aire sous la courbe).

Modéliser une situation physique par une intégration.

La construction est hors programme.

Notation  $\int_a^b f(t) dt$ .

En liaison avec le programme d'informatique, calculer des valeurs approchées d'intégrales par les méthodes des rectangles et des trapèzes.

Majorer et minorer une intégrale.

Extension de la notation  $\int_a^b f(t) dt$  au cas où  $b \leq a$ .

**b) Calcul intégral**

Si  $f$  est une fonction continue sur  $I$  et si  $x_0$  est un point de cet intervalle, alors

$$x \longmapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$$

est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  s'annulant en  $x_0$ .  
En particulier, toute fonction continue sur  $I$  admet des primitives sur  $I$ .

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Pour  $f$  de classe  $\mathcal{C}^1$  :

$$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a).$$

Intégration par parties.

Changement de variable : si  $\varphi$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et si  $f$  est continue sur  $\varphi(I)$ , alors, pour tous  $a$  et  $b$  dans  $I$ ,

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t) dt.$$

Primitives des fonctions usuelles.

Appliquer ce théorème sur des exemples.

Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle  $I$  diffèrent d'une constante.

Appliquer ces techniques au calcul de primitives.

Tout excès de technicité est exclu.

Lorsqu'un changement de variable est nécessaire, le changement à effectuer est indiqué.

Savoir reconnaître des primitives usuelles.

## Intégration d'une fonction continue sur un intervalle

L'objectif de cette section est d'étendre la notion d'intégrale à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées

L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.

Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  et à valeurs dans  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle

Pour  $f: [a, b[ \rightarrow \mathbb{K}$ ,  $b > a$  ou  $b = +\infty$ , l'intégrale  $\int_a^b f(t)dt$  est dite convergente si la fonction  $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$  admet une limite finie quand  $x$  tend vers  $b$  par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite  $\int_a^b f(t)dt$ .

Théorèmes de comparaison pour les fonctions à valeurs réelles, continues et de signe constant sur  $[a, b]$ , sous l'hypothèse  $f \leq g$  ou  $f(t) \underset{t \rightarrow b}{\sim} g(t)$ .

Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle  $]a, b]$ , avec  $a < b$  ou  $a = -\infty$ , puis sur un intervalle  $]a, b[$ .

Intégrales de référence :

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^a} dt, \int_0^1 \frac{1}{t^a} dt, \int_0^1 \ln(t) dt, \int_0^{+\infty} e^{-at} dt.$$

Relation de Chasles.

Linéarité, positivité, croissance de l'intégrale.

Inégalité : si  $a < b$ ,  $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$ .

Une fonction continue sur l'intervalle  $]a, b[$  est identiquement nulle sur  $]a, b[$  si et seulement si  $\int_a^b |f(t)|dt = 0$ .

Théorème de changement de variable : étant données une fonction  $f$  continue sur  $]a, b[$  et une fonction  $\varphi$  strictement croissante de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $]a, \beta[$ , les intégrales  $\int_a^b f(t)dt$  et  $\int_a^\beta f(\varphi(u))\varphi'(u)du$  avec  $a = \lim_{u \rightarrow \alpha} \varphi(u)$  et  $b = \lim_{u \rightarrow \beta} \varphi(u)$  sont de même nature et égales en cas de convergence.

Il suffit de vérifier l'hypothèse  $f \leq g$  au voisinage de  $b$ .

Adaptation au cas où  $\varphi$  est strictement décroissante. Lorsqu'un changement de variable est nécessaire, le changement à effectuer est indiqué.

### b) Intégrale absolument convergente

On dit qu'une fonction  $f$  continue par morceaux sur  $I$  a une intégrale absolument convergente si l'intégrale de la fonction  $|f|: t \mapsto |f(t)|$  est convergente.

Une intégrale absolument convergente est convergente.

L'étude de la semi-convergence n'est pas au programme.

Résultat admis.

## Développements limités

L'objectif est la maîtrise du calcul de développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme; il relève des outils logiciels.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Généralités

Si  $f$  est définie sur l'intervalle  $I$  et si  $a$  est un point de  $I$  ou une extrémité de  $I$ , développement limité d'ordre  $n$  de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Unicité, troncature.

Équivalence  $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_p h^p$ , où  $a_p$  est le premier coefficient non nul d'un développement limité de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit.

Composition, application au quotient.

Intégration terme à terme d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre  $n$  en un point  $a$  de  $I$  d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  sur  $I$ .

Développements limités usuels.

Interpréter un développement limité comme approximation d'une fonction.

Ramener un développement limité en 0 par translation.

Adaptation au cas où  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.

Étudier le signe d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un développement limité.

Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée.

Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Démonstration non exigible

Aucune autre formule dite de Taylor n'est exigible.

Calculer le développement limité d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  à partir de ses dérivées successives.

Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de calculs de développements limités simples.

Exploiter des outils logiciels pour des développements limités plus complexes.

Les étudiants doivent connaître les développements limités à tout ordre en 0 de  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ , ainsi que celui de  $\tan$  à l'ordre 3.

### b) Applications des développements limités

Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure.

Calcul de limites.

Étude locale d'une fonction.

Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée.

Déterminer un prolongement par continuité, la dérivabilité en un point, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative locale par rapport à la courbe, grâce à un développement limité.

Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales.

Aucun résultat général n'est exigible.

## Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

Cette section fournit l'occasion de revoir une partie des notions d'analyse abordées auparavant. L'étude des fonctions vectorielles en dimension inférieure ou égale à trois permet de présenter des résultats utiles dans les autres disciplines scientifiques et introduit le paragraphe sur les courbes paramétrées. Dans ce cadre, le but est de tracer des courbes sans support logiciel quand les calculs se prêtent à un tracé rapide. Pour des calculs dont la gestion relève d'une technicité excessive, on utilise un outil informatique qui permet en plus de mettre en évidence des problèmes d'échelle et de restriction d'intervalle. L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$

Continuité et dérivabilité (éventuellement à gauche ou à droite) en un point ou sur un intervalle.

Ces notions sont définies à l'aide des fonctions coordonnées.

Les étudiants doivent savoir interpréter géométriquement et cinématiquement la notion de dérivée en un point.

Dérivée d'une somme de deux fonctions vectorielles, du produit d'une fonction à valeurs réelles et d'une fonction à valeurs vectorielles.

#### b) Courbes paramétrées

Rappels sur les graphes de fonctions réelles d'une variable réelle, tangente à un tel graphe.

Courbe paramétrée. Tangente en un point.

La tangente en un point est définie comme la limite des sécantes.

Droites asymptotes à une courbe

Hormis les cas d'asymptotes verticales et horizontales, l'étude du comportement asymptotique d'une courbe paramétrée est hors programme

Exemples de constructions d'arcs plans.

Les étudiants doivent savoir exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude.

Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul.

L'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme.

Cas particulier d'un point régulier.

Interprétation cinématique.

Longueur d'un arc paramétré régulier de classe  $\mathcal{C}^1$ .

La formule n'est pas exigible.

L'abscisse curviligne est hors programme.

## Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Généralités

Série à termes réels ou complexes; sommes partielles; convergence ou divergence; en cas de convergence, somme et restes.

Linéarité de la somme.

Le terme général d'une série convergente tend vers 0.

Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence.

Une suite  $(u_n)$  converge si et seulement si la série  $\sum (u_{n+1} - u_n)$  converge.

La série est notée  $\sum u_n$ . En cas de convergence, sa somme est notée  $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ .

Les étudiants doivent savoir prouver qu'une série diverge grossièrement en étudiant la limite du terme général.

#### b) Séries à termes positifs

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.

Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont positives et si, pour tout  $n$ ,  $u_n \leq v_n$ , alors la convergence de  $\sum v_n$  implique celle de  $\sum u_n$ , et

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leq \sum_{n=0}^{+\infty} v_n.$$

Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont positives et si  $u_n \sim v_n$ , alors la convergence de  $\sum v_n$  est équivalente à celle de  $\sum u_n$ .

Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.

Théorème de comparaison séries-intégrales : si  $f : [n_0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série  $\sum f(n)$  et l'intégrale  $\int_{n_0}^{+\infty} f(t)dt$  sont de même nature.

Séries de Riemann.

Toute autre règle de comparaison est hors programme.

Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles ou de restes.

Les étudiants doivent savoir comparer une série à termes positifs à une série de Riemann.

#### c) Séries absolument convergentes

Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.

La convergence absolue implique la convergence.

Inégalité triangulaire  $\left| \sum_{n=0}^{+\infty} u_n \right| \leq \sum_{n=0}^{+\infty} |u_n|$ .

Démonstration non exigible. La notion de semi-convergence est hors programme.

#### d) Séries alternées

Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro.

## Séries de Fourier

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions  $T$ -périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . Cette section développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. Cette section est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Fonctions définies par morceaux

Une fonction définie sur un segment  $[a, b]$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$  est dite continue par morceaux (respectivement de classe  $\mathcal{C}^1$  par morceaux) sur  $[a, b]$  s'il existe une subdivision  $a_0 = a < a_1 < \dots < a_n = b$  telle que la restriction de  $f$  à chaque intervalle  $]a_i, a_{i+1}[$  soit prolongeable comme fonction continue (respectivement de classe  $\mathcal{C}^1$ ) sur  $[a_i, a_{i+1}]$ .

Une fonction  $T$ -périodique est dite continue par morceaux (respectivement de classe  $\mathcal{C}^1$  par morceaux) si elle est continue par morceaux (respectivement de classe  $\mathcal{C}^1$  par morceaux) sur une période.

Espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles,  $T$ -périodiques et continues par morceaux sur  $\mathbb{R}$ .

Intégrale sur une période d'une fonction  $T$ -périodique et continue par morceaux.

Interprétation graphique.

Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.

#### b) Coefficients et séries de Fourier

Coefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction  $f$ .

Cas des fonctions paires, impaires.

Sommes partielles de Fourier d'une fonction  $f$  définies, pour  $n \in \mathbb{N}^*$ , par :

$$S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \text{ où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Série de Fourier :

$$a_0 + \sum (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)).$$

Notation  $a_k(f)$  et  $b_k(f)$  ou, plus simplement,  $a_k$  et  $b_k$ .  
Le coefficient  $a_0$  est défini comme la valeur moyenne sur une période.

En cas de convergence, notation  $S(f)(t)$  pour la somme de la série de Fourier de  $f$  :

$$S(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)).$$

#### c) Théorèmes de convergence

Théorème de Parseval : si  $f$  est une fonction  $T$ -périodique et continue par morceaux sur  $\mathbb{R}$ , les séries  $\sum a_k^2$  et  $\sum b_k^2$  convergent et :

$$\frac{1}{T} \int_0^T (f(t))^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k^2 + b_k^2).$$

Démonstration hors programme.

Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

Théorème de Dirichlet : Si  $f$  est une fonction  $T$ -périodique et de classe  $\mathcal{C}^1$  par morceaux sur  $\mathbb{R}$ , alors la série de Fourier de  $f$  converge en tout point et

$$S(f)(t) = \frac{1}{2} \left( \lim_{u \rightarrow t^+} f(u) + \lim_{u \rightarrow t^-} f(u) \right).$$

Si de plus  $f$  est continue, alors

$$S(f)(t) = f(t).$$

Démonstration hors programme.

Les étudiants doivent savoir appliquer ces résultats pour calculer la somme de certaines séries numériques.

## Équations différentielles

*L'accent est mis sur les techniques de résolution des équations scalaires d'ordre 2 et des systèmes linéaires à coefficients constants, en raison de leur importance dans d'autres champs disciplinaires.*

### a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2

Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène  $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$  sur un intervalle où  $a$  et  $b$  sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes.

Équation avec second membre  $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$ .

Principe de superposition.

Résolution dans le cas où une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas est connue.

Démonstration hors programme.

Les solutions s'écrivent comme la somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et d'une solution de l'équation homogène.

On donnera toute indication utile.

Recherche de solutions particulières, on évitera toute technicité excessive.

### b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants

Écriture sous la forme  $X' = AX$  où  $A$  est une matrice réelle ou complexe de taille  $n \times n$  à coefficients constants.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Structure de l'ensemble des solutions.

Équivalence entre une équation scalaire d'ordre  $n$  et un système de  $n$  équations d'ordre 1.

Cas particulier des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogènes à coefficients constants.

Démonstration hors programme.

Pratique de la résolution dans le cas où la matrice  $A$  est diagonalisable ou trigonalisable.

Lien avec la forme des solutions d'une équation scalaire d'ordre 2.

## Fonctions de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans cette section sont définies sur une partie de  $\mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . L'étude des fonctions de plusieurs variables se veut résolument pratique : introduction à la continuité et aux dérivées partielles, application à la recherche d'extremums.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Introduction à la topologie de $\mathbb{R}^n$ ( $n \leq 3$ )

Norme et distance euclidienne dans  $\mathbb{R}^n$ .  
Boules. Partie bornée de  $\mathbb{R}^n$ .

Les normes non euclidiennes sont hors programme.

#### b) Continuité

Continuité en un point, continuité sur une partie.  
Opérations.

L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.

#### c) Dérivées partielles, applications de classe $\mathcal{C}^1$ et $\mathcal{C}^2$ sur $\mathbb{R}^2$

Dérivées partielles d'ordre 1.

Notation  $\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)$ .

La notion de différentielle en un point est hors programme.

Gradient.

Point critique.

Fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ . Opérations.

Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Dérivée de  $t \mapsto f(x(t), y(t))$ .

Dérivées partielles de  $(u, v) \mapsto h(f(u, v), g(u, v))$ .

Notations  $\vec{\nabla} f$  et  $\overrightarrow{\text{grad}} f$ .

Existence admise.

Dérivées partielles d'ordre 2.

Fonction de classe  $\mathcal{C}^2$ . Opérations.

Théorème de Schwarz.

Développement limité à l'ordre 2 d'une fonction de classe  $\mathcal{C}^2$ .

Notation  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ .

Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.

Démonstration hors programme.

La démonstration de cette formule est hors programme.

#### d) Extremums d'une fonction de deux variables

Si une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathbb{R}^2$  admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.

Pour une fonction de classe  $\mathcal{C}^2$  sur  $\mathbb{R}^2$ , étude de l'existence d'un extremum local en un point critique où  $rt - s^2 \neq 0$ .

Démonstration non exigible.

On donnera l'interprétation géométrique de cette étude et on visualisera les surfaces à l'aide d'un logiciel.

## Annexe IV

# Objectifs de formation et programme d'informatique de la classe préparatoire scientifique d'ATS Ingénierie Industrielle

### Objectifs de formation

Le programme d'informatique d'ATS s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes de BTS et BUT, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il a pour objectif la formation de futurs ingénieures et ingénieurs, enseignantes et enseignants, chercheuses et chercheurs et, avant tout, des personnes informées, capables de gouverner leur vie professionnelle et citoyenne nourrie par les pratiques de la démarche scientifique, en pleine connaissance et maîtrise des techniques et des enjeux de l'informatique.

**Organisation du Programme** L'enseignement d'informatique en classe d'ATS s'effectue exclusivement à travers des séances de manipulation individuelle sur ordinateur, éventuellement complétées par des évaluations. À ce titre, le programme d'informatique présente des notions qui permettent d'allier les concepts fondamentaux et leur bonne appropriation.

**Sur le langage et les partis pris par le programme** L'enseignement repose sur le langage de programmation Python. Une annexe liste les éléments exigibles des étudiants ainsi que ceux pouvant être attendus avec documentation. L'apprentissage du langage Python vise à instaurer une bonne discipline de programmation en se concentrant sur un fragment du langage.

Le programme impose des choix de présentation et de notation privilégiant la bonne maîtrise d'un socle restreint de notions.

**Mode d'emploi** Le programme est structuré en trois parties. La première partie présente les bases de la programmation impérative avec Python et correspond, de manière indicative, à une moitié des séances. La deuxième partie prolonge et approfondit ces notions et la dernière partie présente les bases de l'algorithmique numérique dans l'objectif de renforcer la pratique tout en permettant des liens avec les autres disciplines scientifiques.

L'organisation de la progression relève de la responsabilité pédagogique des enseignants, avec des notions revisitées tout au long de l'année.

### Programme

#### Introduction à la programmation impérative avec Python

*Cette première partie de l'année a pour objectif de donner les bases de la programmation impérative aux élèves. Les algorithmes étudiés permettent de pratiquer cette programmation afin de renforcer cet apprentissage, mais l'analyse théorique de ceux-ci est hors programme.*

Notions	Commentaires
Expressions, variables. Instructions et effet de bord.	On présente principalement les valeurs numériques, type <code>int</code> et <code>float</code> dans le but de réaliser des calculs, ainsi que les booléens, type <code>bool</code> , dans le but d'écrire des conditions. La présentation des chaînes de caractères s'effectue dans le but de faciliter les entrées et les sorties.

Instructions conditionnelles.	Afin d'introduire un comportement dynamique en l'absence de fonctions, on peut dans un premier temps présenter un appel comme <code>random.randint</code> au sein d'une condition sans préciser à ce stade la notion de module.
Boucles inconditionnelles bornées.	On présente uniquement les boucles de la forme  <code>for compteur in range(debut, arret):</code>  à ce stade.
Boucles inconditionnelles.	On réserve l'usage des boucles inconditionnelles <code>while</code> au seul cas où le nombre d'itérations ne peut être connu à l'avance.
Fonctions.	Les fonctions sont introduites dans un premier temps comme le mode principal de structuration des programmes. La validation des données en entrée s'effectue à l'aide de l'instruction <code>assert</code> en évitant toute technicité excessive. Les fonctions récursives sont hors programme.
Tableaux de taille fixe. Notion d'indice et de valeur. Itération sur un tableau par indice et par valeur.	On présente le type <code>list</code> dans le but de manipuler des tableaux de taille fixe. À ces fins, on limite l'usage de la méthode <code>append</code> à la construction ou à l'initialisation des tableaux. Les méthodes <code>pop</code> et assimilées ainsi que la notion d'extraction de tranche sont hors programme. La construction de listes par compréhension ou par multiplication d'une liste singleton est hors programme. On ne soulève aucune difficulté sur la notion de méthode qui est vue comme une syntaxe particulière d'appel de fonction.
Algorithmes élémentaires portant sur les tableaux.	Recherche de l'indice d'un élément, détermination de l'indice ou de la valeur d'un maximum d'un tableau non vide, calcul de la somme des éléments, renversement d'un tableau par échanges successifs. On insiste sur la différence entre indice et valeur dans un tableau dans les paramètres et les valeurs de retour de ces algorithmes.

## Approfondissement et exploration

*Cette partie du programme permet aux élèves d'approfondir leurs connaissances sans introduire de notions trop éloignées des précédentes.*

Notions	Commentaires
Import et utilisation de modules.	On présente l'import global <code>import ...</code> ainsi que l'import qualifié <code>from ... import ...</code> . L'usage de <code>from ... import *</code> est proscrit. Les modules <code>math</code> , <code>statistics</code> , <code>csv</code> et <code>matplotlib</code> peuvent être supports d'exemples. Dans le cas de l'utilisation du module <code>csv</code> , on se limite à la lecture d'un fichier donné à l'aide d'une expression <code>open(nom_fichier)</code> sans soulever de difficulté sur la notion de fichiers.
Tableaux bi-dimensionnels.	Manipulations élémentaires, somme par ligne, par colonne, somme totale. Les images en niveaux de gris sont un cas d'utilisation de tableaux bi-dimensionnels pouvant servir d'exemples tout en permettant de les visualiser simplement avec <code>matplotlib</code> . On peut ainsi présenter des exemples simples de traitements par modification des éléments, comme le négatif d'une image, ou par permutation des éléments, comme le miroir d'une image. Les tableaux bi-dimensionnels sont définis exclusivement à l'aide d'ajouts de lignes par <code>append</code> , ces lignes étant elles-mêmes construites de la même manière.

Tri de tableaux.	On présente l'intérêt des tris indépendamment de leur implémentation à l'aide de la méthode <code>.sort()</code> . Des exemples d'implémentations peuvent être donnés comme le tri par sélection ou le tri par insertion. On ne soulève aucune difficulté concernant la correction de ces algorithmes.
Introduction expérimentale à la complexité.	On présente ici des mesures de temps associées à des programmes étudiés auparavant. On pourra utiliser la fonction <code>time.time</code> afin de mesurer les temps.

## Algorithmique numérique

*L'algorithmique numérique fournit ici des exemples de programmes que les élèves retrouvent soit directement, soit à travers des bibliothèques de calcul, dans les autres disciplines scientifiques. La résolution numérique n'étant pas l'objectif premier, l'efficacité des solutions est moins importante que la pratique raisonnée des notions vues précédemment. À ce titre, l'usage de structures de données autres que celles introduites dans ce programme est à proscrire. En particulier, `numpy` est hors programme. L'étude de ces algorithmes ne doit pas faire l'objet de développements mathématiques, et se contente d'un point de vue expérimental pour comparer la qualité des solutions.*

Notions	Commentaires
Calculs en virgule flottante.	On présente les enjeux spécifiques liés au calcul en virgule flottante. Notamment, on présente les questions de précisions des calculs, de comparaisons de nombres et d'erreurs de calculs.
Représentation de fonction. Dérivée discrète.	On compare visuellement la représentation de fonction mathématique sous la forme d'une fonction Python de calcul ou sous une forme tabulée. Par convention, le calcul de la dérivée discrète s'effectue par différence avant.
Calcul approché d'intégrales.	Méthodes des rectangles, méthode des trapèzes. On compare expérimentalement les méthodes.
Recherche approchée des zéros d'une fonction.	Dichotomie, méthode de Newton. On peut présenter les algorithmes avec les deux représentations possibles de fonctions.

# A Langage Python

Cette annexe liste limitativement les éléments du langage Python (version 3 ou supérieure) dont la connaissance est exigible des étudiants. Aucun concept sous-jacent n'est exigible au titre de la présente annexe.

Aucune connaissance sur un module particulier n'est exigible des étudiants.

Toute utilisation d'autres éléments du langage que ceux que liste cette annexe, ou d'une fonction d'un module, doit obligatoirement être accompagnée de la documentation utile, sans que puisse être attendue une quelconque maîtrise par les étudiants de ces éléments.

## Traits généraux

- Typage dynamique : l'interpréteur détermine le type à la volée lors de l'exécution du code.
- Principe d'indentation.
- Évaluation et affectation.

## Types de base

- Opérations sur les entiers (`int`) : `+`, `-`, `*`, `//`, `**`, `%` avec des opérandes positives.
- Opérations sur les flottants (`float`) : `+`, `-`, `*`, `/`, `**`.
- Opérations sur les booléens (`bool`) : `not`, `or`, `and` (et leur caractère paresseux).
- Chaînes de caractères (`str`) : conversion vers un entier ou un flottant.
- Comparaisons : `==`, `!=`, `<`, `>`, `<=`, `>=`.

## Listes

- Création explicite de listes finies  $[e_1, \dots, e_n]$ .
- Création par `append` successifs.
- Fonction `len`, accès par indice positif valide.

## Structures de contrôle

- Instruction d'affectation avec `=`.
- Instruction conditionnelle : `if`, `elif`, `else`.
- Boucle `while` (sans `else`). `return` dans un corps de boucle.
- Boucle `for` (sans `else`) et itération sur `range(debut, arrêt)`, une liste.
- Définition d'une fonction `def f(p1, ..., pn), return`.

## Divers

- Introduction d'un commentaire avec `#`.
  - Utilisation simple de `print` pour afficher une ou plusieurs expressions, sans paramètre optionnel.
  - Importation de modules avec  
`import module, import module as alias, from module import f,g,...`
  - Assertion : `assert` (sans message d'erreur).
-

## Annexe V

### Objectifs de formation et programme de physique de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle

Le programme de physique de la classe d'ATS Ingénierie Industrielle a pour objectif de préparer des étudiants titulaires d'un brevet de technicien supérieur ou d'un diplôme universitaire de technologie à une poursuite d'étude réussie en école d'ingénieur. Dans leur parcours antérieur ces étudiants ont reçu une formation scientifique qui dépend de la spécialité de leur diplôme. Il s'agit, en classe d'ATS, de compléter leurs acquis et de renforcer leur maîtrise de la démarche scientifique.

La formation comporte une double dimension théorique et expérimentale. Les étudiants acquièrent une bonne compréhension des lois physiques mises en jeu dans une grande variété de domaines et sont capables de les appliquer pour analyser des situations concrètes ou des objets technologiques. Pour apprendre aux étudiants à confronter, par l'expérience, les modèles théoriques à la réalité, le développement de capacités expérimentales est un objectif important de la formation. La notion d'incertitude de mesure, outil essentiel à l'analyse critique des résultats obtenus par l'expérience, occupe dans ce programme une position de premier plan ; elle est mobilisée de façon transversale dans tous les domaines scientifiques abordés.

Tout au long du programme, des problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale sont identifiées **en gras**. Elles doivent être abordées lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont privilégiées, mais elles peuvent également donner lieu à des expériences de cours analysées et exploitées de manière collective. Certaines de ces problématiques expérimentales peuvent être abordées en un temps assez court : l'enseignant peut en regrouper plusieurs en une séance de travaux pratiques.

L'introduction explicite de capacités numériques dans le programme a pour but de mobiliser les compétences des étudiants en programmation au service des apprentissages de physique-chimie. Le but n'est pas de renforcer ces compétences pour elles-mêmes, mais de favoriser une meilleure compréhension des notions rencontrées en cours de physique tout en fournissant un moyen d'aborder par la simulation certaines modélisations qui ne se prêtent pas à un calcul analytique.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il est organisé en trois parties :

1. Dans la première partie sont décrites les **compétences de la démarche scientifique** développées dans les enseignements de physique. Ces compétences et les capacités associées sont travaillées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de l'année.
2. La partie « **formation expérimentale** » aborde les notions relatives aux incertitudes de mesure et énonce les méthodes et les capacités expérimentales que les étudiants doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Les activités expérimentales doivent s'appuyer sur des problématiques concrètes, parmi lesquelles figurent celles qui sont identifiées **en gras** dans la partie thématique du programme.
3. La troisième partie précise pour chaque thématique abordée les attendus de formation en termes de connaissances et de capacités relativement aux contenus disciplinaires. Elle est organisée par semestres mais l'ordre de présentation des contenus de chaque semestre est entièrement laissé au choix de l'enseignant. Elle est présentée en tableaux : aux « notions et contenus » de la première colonne correspondent les « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci précise les contours des situations dans lesquelles l'étudiant doit savoir mettre en œuvre les notions qu'il a étudiées.

Au-delà des contenus précisés dans les trois parties de ce programme, le professeur doit veiller à renforcer l'autonomie, la créativité et l'esprit critique des étudiants. Ceux-ci doivent être régulièrement mis en activité et associés à la construction de leurs savoirs ; ils doivent aussi être fréquemment placés en situation de réflexion autonome.

La pratique expérimentale, la résolution régulière d'exercices à prise d'initiative (résolutions de problèmes) et l'analyse de documents scientifiques par les étudiants contribuent à ces objectifs tout en renforçant la bonne compréhension de ce qu'est la démarche scientifique par les étudiants.

Le professeur met en contexte son enseignement sur des exemples et des exercices concrets, faisant une large place aux objets technologiques courants ou innovants, aux phénomènes naturels, et aux défis auxquels notre monde est aujourd'hui confronté, dans le domaine climatique ou dans le domaine énergétique.

Il importe que les enseignements de physique, de sciences industrielles et de mathématiques soient mis en cohérence, avec des progressions concertées. Dans cet esprit, ce programme précise en annexe les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en ATS.

## Partie 1 – Compétences de la démarche scientifique

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec la situation étudiée.</li> <li>- Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau, etc.).</li> <li>- Énoncer ou dégager une problématique scientifique.</li> <li>- Représenter la situation par un schéma modèle.</li> <li>- Identifier les grandeurs pertinentes, leur attribuer un symbole.</li> <li>- Relier le problème à une situation modèle connue.</li> <li>- Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie.</li> </ul>
<b>Analyser/ Raisonner</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Formuler des hypothèses.</li> <li>- Décomposer un problème en plusieurs problèmes plus simples.</li> <li>- Proposer une stratégie pour répondre à une problématique. Choisir, concevoir, justifier un protocole, un dispositif expérimental, un modèle ou des lois physiques.</li> <li>- Évaluer des ordres de grandeur.</li> <li>- Identifier les idées essentielles d'un document et leurs articulations.</li> <li>- Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments d'un ou de documents.</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mettre en œuvre les étapes d'une démarche, un protocole, un modèle.</li> <li>- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau, d'un schéma, d'une photo.</li> <li>- Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure.</li> <li>- Utiliser le matériel et les produits de manière adaptée en respectant des règles de sécurité.</li> <li>- Effectuer des représentations graphiques à partir de données.</li> <li>- Mener des calculs analytiques ou à l'aide d'un langage de programmation, effectuer des applications numériques.</li> <li>- Conduire une analyse dimensionnelle.</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Exploiter des observations, des mesures en estimant les incertitudes.</li> <li>- Confronter les résultats d'un modèle à des résultats expérimentaux, à des données figurant dans un document, à ses connaissances.</li> <li>- Confirmer ou infirmer une hypothèse, une information.</li> <li>- Analyser les résultats de manière critique.</li> <li>- Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, etc.).</li> <li>- Proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- À l'écrit comme à l'oral :               <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ présenter les étapes de sa démarche de manière synthétique, organisée et cohérente.</li> <li>▪ rédiger une synthèse, une analyse, une argumentation.</li> <li>▪ utiliser un vocabulaire scientifique précis et choisir des modes de représentation adaptés (schémas, graphes, cartes mentales, etc.).</li> </ul> </li> <li>- Écouter, confronter son point de vue.</li> </ul>

L'ensemble des activités proposées dans le cours de physique en classe ATS – activités expérimentales, résolutions de problèmes, devoirs, etc. – permet de travailler les compétences de la démarche scientifique qui figurent dans le tableau ci-dessus. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence ; elles ne constituent pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences. L'ordre de présentation de ces compétences ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces dernières lors d'une activité.

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit d'activité expérimentale ou la résolution d'une question scientifique posée en problème constitue un objectif important de la formation. L'expression orale des étudiants doit être régulièrement travaillée, par exemple lors des interrogations orales, à l'occasion d'échanges oraux menés en cours, ou encore en travaux pratiques lors d'un point de situation ou d'une

synthèse finale. Il s'agit notamment de préparer les étudiants à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** », ne figure pas explicitement dans le tableau car elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions à prise d'initiative est particulièrement adapté pour former les étudiants à l'autonomie et l'initiative.

L'ensemble de ces compétences doit être régulièrement mobilisé par les étudiants et évalué en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

## Partie 2 - Formation expérimentale

### Mesures et incertitudes

La formation aux incertitudes de mesure s'attache ici à éviter tout formalisme mathématique complexe. Il s'agit d'habituer les étudiants à prendre en compte la variabilité des mesures pour répondre de façon critique et argumentée à une question associée à un enjeu : test d'une loi, mesure de conformité à un cahier des charges, etc.

La maîtrise des notions et capacités identifiées ci-dessous est un objectif de fin d'année scolaire. Elles n'ont pas vocation à constituer un chapitre à part dans la progression suivie par l'enseignant mais doivent être travaillées de façon régulière tout au long de l'année.

Notions et contenu	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique. Incertitude. Incertitude-type.	Identifier les incertitudes liées, par exemple, à l'opérateur, à l'environnement, aux instruments ou à la méthode de mesure. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Incertitudes-types composées.	Utiliser une relation fournie permettant de calculer une incertitude-type pour une grandeur composée. Identifier le poids relatif des contributions des différentes variables dans cette incertitude-type. <b>Capacité numérique</b> : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire permettant de caractériser la variabilité de la valeur d'une grandeur composée.
Chiffres significatifs.	Écrire le résultat d'une mesure ou d'un calcul avec un nombre adapté de chiffres significatifs.
Comparaison de deux valeurs ; écart normalisé.	Comparer deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues en utilisant leur écart normalisé.
Régression linéaire.	À l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, déterminer les valeurs des paramètres d'un modèle reproduisant au mieux des résultats expérimentaux. Analyser les résultats obtenus à l'aide d'une procédure de validation : analyse graphique intégrant les barres d'incertitude ou analyse des écarts normalisés. <b>Capacité numérique</b> : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire de variation des valeurs expérimentales de l'une des grandeurs pour évaluer l'incertitude sur les paramètres du modèle (simulation Monte-Carlo).

L'accent est mis sur la variabilité de la mesure d'une grandeur physique et sa caractérisation à l'aide de l'incertitude-type. La comparaison entre deux valeurs mesurées d'une même grandeur physique est conduite au moyen de l'écart normalisé, l'objectif principal étant de développer l'esprit critique des étudiants en s'appuyant sur un critère quantitatif. Le même esprit prévaut dans l'analyse des résultats d'une régression linéaire qui ne saurait s'appuyer seulement sur une exploitation non raisonnée du coefficient de corrélation ( $R^2$ ).

Le recours à la simulation vise à illustrer, sur la base de mesures expérimentales, différents effets de la variabilité de la mesure d'une grandeur physique dans les cas des incertitudes-types composées et de la régression linéaire.

## Capacités expérimentales exigibles

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes – repérés **en gras** dans le corps du programme – peuvent servir à définir. Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaines, le premier étant par nature transversal. Cette présentation ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. Les capacités expérimentales présentées peuvent faire l'objet de questions dans une épreuve écrite.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<p><b>Mesures de temps et de fréquences</b> Fréquence, période ou temps de réponse : mesure à l'oscilloscope ou via une carte d'acquisition.</p>	<p>Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition. Reconnaître une avance ou un retard entre deux signaux.</p>
<p><b>Mécanique</b> Visualiser et décomposer un mouvement. Mesurer une vitesse, une accélération. Mesurer une force.</p>	<p>Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, afin d'en déduire la vitesse et l'accélération. Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre. Utiliser un dynamomètre, un capteur de force.</p>
<p><b>Thermodynamique et mécanique des fluides</b> Mesurer une pression. Mesurer une température. Effectuer des bilans d'énergie par calorimétrie. Tracer un cycle thermodynamique récepteur ou moteur d'une machine réelle.  Mesurer une vitesse d'écoulement.</p>	<p>Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.  Mettre en œuvre un capteur de température.  Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.  Mettre en œuvre une machine thermique de type pompe à chaleur ou moteur de Stirling par exemple.   Mettre en œuvre une sonde Pitot.</p>
<p><b>Transferts thermiques</b></p>	<p>Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique, le protocole étant donné.  Utiliser une caméra infrarouge.</p>
<p><b>Électricité et électromagnétisme</b> Mesurer une tension : - mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique. Mesurer un courant : - mesure directe à l'ampèremètre numérique ; mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée.  Mesurer un champ magnétique</p>	<p>Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques : - identifier la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et prendre en compte ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ; - définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête, etc.).  Mettre en œuvre un montage électrique permettant d'apprécier l'énergie reçue par un composant.   Mettre en œuvre une sonde à effet Hall.</p>
<p><b>Ondes</b> Mesure d'une célérité</p>	<p>Mesurer la célérité d'une onde par diverses méthodes : études d'ondes progressives en propagation libre, études d'ondes stationnaires.</p>

# Partie 3 - Formation disciplinaire

## Premier semestre

### A. Mouvement et interactions

Le thème mouvement et interactions s'appuie à la fois sur une utilisation raisonnée des lois de Newton et des notions énergétiques associées. Les situations étudiées restent simples : mouvements rectilignes ou, dans le cas d'un champ de force uniforme, mouvements plans. Les mouvements circulaires sont uniquement abordé par une approche énergétique. Le calcul de la force à partir de l'énergie potentielle est présenté dans le seul cas d'un mouvement rectiligne.

Les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques sont présentés comme des paramètres de repérage d'un point. Les vecteurs vitesse et accélération sont seulement étudiées en coordonnées cartésiennes.

Les oscillations harmoniques unidimensionnelles libres, amorties ou non, sont abordées selon le double point de vue des équations horaires du mouvement et de l'énergie mécanique. Cette partie mobilise les acquis développés en mathématiques dans le domaine des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Caractérisation du mouvement d'un point matériel</b>	
Espace et temps classiques. Système de coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques. Bases locales.	Dessiner les surfaces sur lesquelles l'une des coordonnées est uniforme dans les différents systèmes de coordonnées.  Dans le cas des coordonnées polaires et cylindriques exprimer les vecteurs de base locaux en fonction des vecteurs de base des coordonnées cartésiennes.
Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement. Description du mouvement d'un point matériel. Vecteurs position, vitesse et accélération. Mouvement à vecteur accélération constant.	Utiliser les expressions des composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes.  Exprimer les vecteurs position et vitesse en fonction du temps. Établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Mouvement circulaire. Vitesse angulaire.	Relier la valeur de la vitesse du point à celle de la vitesse angulaire.
<b>2. Lois de Newton</b>	
Notion de force.	Déterminer les caractéristiques d'une force d'expression donnée. Établir un bilan des forces et en rendre compte sur un schéma.
Référentiel galiléen. Principe d'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens. Citer quelques exemples des référentiels d'étude usuels pouvant être considérés comme galiléens.
Principe des actions réciproques.	Exploiter le principe des actions réciproques.
Principe fondamental de la dynamique pour un point matériel.	Énoncer et exploiter le principe fondamental de la dynamique : - dans le cas d'un mouvement unidirectionnel d'un point matériel ; - dans le cas d'un mouvement plan d'un point matériel soumis à une force constante.
Mouvement de chute libre sans frottement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement de chute libre sans frottement d'un point matériel.
Mouvement vertical dans le champ de pesanteur uniforme en présence de frottement fluide.	Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la vitesse dans le cas d'une force de frottement proportionnelle à la vitesse. Déterminer la vitesse limite. Identifier et interpréter le temps caractéristique d'évolution.

	<p>Déterminer, si elle existe, la vitesse limite dans un cas où la force de frottement n'est pas proportionnelle à celle de la vitesse.</p> <p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.</b></p>
<b>3. Energie mécanique</b>	
Travail et puissance d'une force.	<p>Calculer le travail d'une force constante lors d'un déplacement.</p> <p>Reconnaître des situations où le travail d'une force est nul, strictement positif ou strictement négatif.</p>
Energie cinétique, théorème de l'énergie cinétique.	Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer des paramètres du mouvement d'un point matériel.
Interactions conservatives. Énergie potentielle.	<p>Déterminer le travail d'une force conservative à partir de la variation d'énergie potentielle associée.</p> <p>Établir l'expression de la force associée à une énergie potentielle de forme connue dans le cas d'un mouvement rectiligne.</p> <p>Citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur uniforme et de l'énergie potentielle élastique associée à un ressort.</p>
Energie mécanique. Conservation de l'énergie mécanique.	<p>Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique.</p> <p>Dans une situation à un degré de liberté, exploiter l'expression analytique de l'énergie potentielle ou une représentation graphique de celle-ci pour déterminer des caractéristiques du mouvement d'un point matériel, son énergie mécanique étant connue.</p>
Théorème de la puissance mécanique.	Énoncer et exploiter le théorème de la puissance mécanique en présence de forces non conservatives.
<b>4. Équilibre et stabilité d'un point matériel</b>	
Équilibre d'un point matériel. Stabilité.	<p>Démontrer et exploiter la condition d'équilibre d'un point matériel dans un référentiel galiléen.</p> <p>Analyser qualitativement la stabilité d'une position d'équilibre en considérant un petit déplacement au voisinage de celle-ci.</p>
Équilibre dans un champ de force conservatif.	À partir d'un graphe ou d'une expression analytique de l'énergie potentielle déterminer les éventuelles positions d'équilibre d'un point matériel et leur stabilité dans un mouvement à un degré de liberté.
<b>5. Oscillations libres au voisinage d'une position d'équilibre stable</b>	
Oscillations non amorties au voisinage d'une position d'équilibre.	<p>Expliquer qualitativement l'existence d'oscillations autour d'une position d'équilibre stable dans le cas d'une particule soumise à une force conservative dans un mouvement à un degré de liberté.</p> <p>Déterminer des caractéristiques du mouvement connaissant l'énergie mécanique du système.</p>

<p>Oscillateur harmonique non amorti.</p> <p>Énergie potentielle. Équation d'évolution ; solutions générales.</p> <p>Période et pulsation propres des oscillations.</p> <p>Interprétation énergétique des oscillations harmoniques non amorties.</p>	<p>Établir et exploiter l'équation d'évolution d'un oscillateur harmonique non amorti à un degré de liberté. Résoudre cette équation connaissant les conditions initiales du mouvement.</p> <p>Exprimer l'énergie mécanique d'un oscillateur en fonction de l'amplitude des oscillations.</p> <p>Représenter les variations en fonction du temps des énergies potentielle, cinétique et mécanique d'un oscillateur harmonique non amorti.</p>
<p>Oscillateur harmonique amorti.</p> <p>Régimes d'évolution libre (apériodique, critique et pseudopériodique).</p> <p>Facteur de qualité.</p> <p>Temps caractéristiques d'évolution.</p>	<p>Établir l'équation différentielle du mouvement d'un système masse-ressort en présence d'une force de frottement dont la valeur est proportionnelle à celle de la vitesse.</p> <p>Écrire l'équation différentielle en faisant apparaître la pulsation propre et le facteur de qualité. Résoudre et interpréter les solutions de cette équation différentielle.</p> <p>Identifier le régime d'évolution à partir de représentations graphiques des variations de la position ou de la vitesse au cours du temps.</p> <p>Dans le cas d'un régime pseudopériodique, identifier un temps caractéristique d'amortissement et un temps caractéristique d'oscillation. Relier qualitativement le facteur de qualité au nombre d'oscillations visibles.</p> <p><b>Étudier expérimentalement les différents régimes d'oscillation d'un oscillateur harmonique mécanique amorti. Déterminer les paramètres caractéristiques de cet oscillateur : pulsation propre et facteur de qualité.</b></p>

## B. Énergie – conversion et transferts

Le thème énergie, conversion et transferts propose une approche macroscopique des principes de la thermodynamique et de leurs exploitations dans les machines thermiques. Les grandeurs thermodynamiques fondamentales : énergie interne, enthalpie et entropie sont présentées. L'accent est mis sur la **réalisation de bilans** des grandeurs énergétiques connaissant les transferts mis en jeu, sous forme de travail ou de transfert thermique. Ces bilans s'appliquent à des systèmes dont la définition méticuleuse fait partie des compétences à développer chez les étudiants. Dans tous les cas, ce sont les conséquences pratiques de ces bilans qui sont étudiées : rendement ou coefficient de performance d'une machine thermique évaluée au regard du théorème de Carnot, puissance thermique reçue dans un échangeur, quantité de combustible consommé...

La technicité mathématique est réduite à son minimum ; l'expression de l'entropie d'un système est donnée et admise. Les systèmes réels sont modélisés par des gaz parfaits idéaux ou des phases condensées incompressibles et indilatables, seuls modèles exigibles des étudiants. Les bilans de matière réalisés pour des transformations chimiques ou nucléaires sont effectués à partir d'équations de réactions fournies et ajustées.

L'enthalpie est introduite pour simplifier l'analyse des transformations monobares, au cours desquelles le système est en contact avec un réservoir de pression, avec lequel il est en équilibre mécanique au début et à la fin de la transformation.

L'étude des machines cycliques dithermes s'appuyant sur des systèmes idéalisés constitue le socle indispensable à l'apprentissage des concepts de base de la thermodynamique industrielle. Les machines thermiques mettant en jeu un fluide en écoulement sont abordées à l'aide du premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert présentant une entrée et une sortie. Les exemples étudiés sont l'occasion d'analyser les éléments constitutifs de ce type de machines : détendeur, compresseur, turbine, condenseur, évaporateur, chambre de combustion, etc.

Les exercices s'articulent autour de transformations idéalisées ou bien décrites par des tableaux de données ou des graphiques. L'outil numérique peut être mobilisé en l'absence d'expressions analytiques disponibles ; des logiciels de simulation peuvent aussi être utilisés pour affiner les modèles ou étudier les effets des différents paramètres.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>6. Structure de la matière et transformations physiques, chimiques ou nucléaires</b>	
Noyau atomique, isotopes.	Déterminer la composition d'un noyau ${}^A_ZX$ . Reconnaître deux noyaux isotopes d'un même élément.
Entité chimique.	Utiliser le terme adapté parmi molécule, atome, anion et cation pour nommer une entité chimique à partir d'une formule chimique.
Quantité de matière. Masse molaire d'une entité.	Déterminer la quantité de matière d'une entité dans une masse donnée, et inversement, sa masse molaire étant fournie.
Système thermodynamique, état d'équilibre thermodynamique et paramètres d'état.  Paramètres extensifs et intensifs.  Grandeurs molaires et massiques	Identifier un jeu de paramètres d'état permettant de caractériser un système à l'état d'équilibre thermodynamique.  Distinguer un système ouvert d'un système fermé.  Connaissant la masse molaire, calculer une grandeur molaire à partir d'une grandeur massique et vice-versa.
Équation d'état.  Modèle du gaz parfait.   Modèle de la phase condensée, incompressible et indilatable.	Définir et caractériser les différents états de la matière.  Exploiter l'équation d'état du gaz parfait.  Déterminer la masse volumique d'un gaz parfait en fonction de la température, de la pression et de sa masse molaire.  Déterminer le volume molaire d'un système en phase condensée à partir de sa masse volumique et de sa masse molaire.
Transformation physique, transformation chimique et transformation nucléaire.	Identifier une transformation physique, une transformation chimique ou une transformation nucléaire à partir d'un bilan fourni.  Caractériser les transformations isothermes, isobares, monobares et isochores.
Transformation chimique.  Modélisation macroscopique d'une transformation par une équation de réaction chimique.	Exploiter une équation de réaction chimique ajustée fournie pour réaliser un bilan de matière.  Identifier le ou les réactifs limitants d'un système réactionnel.
<b>7. Bilan d'énergie d'une transformation</b>	
Travail et transfert thermique reçu par un système.  Système isolé mécaniquement.  Système isolé thermiquement.  Travail des forces de pression.	Calculer le travail des forces de pression reçu par un système au cours de transformations mécaniquement réversibles de nature monobare et isochores.  Dans le cas d'un gaz parfait, déterminer le travail reçu au cours d'une transformation isotherme réversible.  Interpréter géométriquement la valeur et le signe du travail des forces de pression dans un diagramme de Watt (P,V), dans le cas de transformations isobares, isochores et isothermes.
Transfert thermique.  Puissance thermique.  Paroi adiabatique.	Décrire qualitativement les modes de transfert thermique par conduction, convection et rayonnement.  Déterminer le signe du transfert thermique connaissant les températures du système et de son environnement. Interpréter le cas où le système et son environnement sont à la même température.
Premier principe de la thermodynamique.  Énergie interne U d'un système.	Expliquer en quoi le premier principe de la thermodynamique est un principe de conservation.  Expliciter le premier principe de la thermodynamique pour un système fermé en tenant compte de l'énergie cinétique macroscopique et de l'énergie potentielle d'interaction avec l'extérieur.  Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.

Capacité thermique à volume constant dans le cas d'un gaz parfait ou d'une phase condensée considérée indilatable et incompressible.	Déterminer la variation d'énergie interne d'un système assimilé à un gaz parfait ou à une phase condensée incompressible et indilatable en fonction de la variation de température pour une capacité thermique à volume constant indépendante de la température.
<b>8. Bilan enthalpique</b>	
Enthalpie H d'un système monophasé.  Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Définir l'enthalpie d'un système.  Déterminer la variation d'enthalpie d'un système assimilé à un gaz parfait ou à une phase condensée incompressible et indilatable en fonction de la variation de température pour une capacité thermique à pression constante indépendante de la température.  Exprimer le premier principe sous la forme d'un bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare.  Exploiter l'extensivité de l'enthalpie.  <b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une capacité thermique.</b>
Changement d'état d'un corps pur. Diagramme (P,T) d'un corps pur.	Utiliser le vocabulaire des changements d'états.  Exploiter un diagramme d'état (P,T) fourni.
Diagramme de Clapeyron (P,v) d'un système diphasé liquide-vapeur.  Théorème des moments.	Exploiter les isothermes d'Andrews.  Reconnaître et interpréter les courbes de rosée et d'ébullition. Identifier le point critique.  Exploiter le théorème des moments pour déterminer la composition d'un système diphasé.  <b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une enthalpie de fusion.</b>
Enthalpie de changement d'état d'un corps pur.	Déterminer le transfert thermique reçu par un corps pur lors d'un changement d'état à pression constante.
Réactions de combustion. Combustible. Comburant  Pouvoirs calorifiques inférieur et supérieur d'un combustible.	Déterminer le transfert thermique reçu par un système réactionnel lors d'une combustion complète réalisée à température et pression constantes, à partir du pouvoir calorifique adapté et des paramètres du système.  Déterminer la masse de CO <sub>2</sub> produite lors du dégagement d'une énergie donnée par combustion complète d'un hydrocarbure, les données nécessaires étant fournies.
<b>9. Deuxième principe de la thermodynamique</b>	
Fonction d'état entropie, caractère extensif.	Déterminer une variation d'entropie pour une transformation, les entropies des systèmes en présence (gaz parfait ou phase condensée) étant fournies.  Exploiter l'extensivité de l'entropie.
Thermostat.	Identifier des situations où un système peut être modélisé par un thermostat.
Entropie échangée avec un ou plusieurs thermostats.	Relier l'entropie échangée par un système avec un thermostat au transfert thermique reçu par le système et à la température du thermostat.
Deuxième principe de la thermodynamique.  Transformations réversibles et irréversibles.	Énoncer le deuxième principe de la thermodynamique.  Justifier que le deuxième principe de la thermodynamique est un principe d'évolution.

Entropie créée	<p>Identifier des causes d'irréversibilité dans une transformation.</p> <p>Exploiter le fait qu'une transformation adiabatique et réversible est isentropique.</p>
Lois de Laplace.	<p>L'entropie molaire d'un gaz parfait étant fournie, établir une loi de Laplace exprimée en fonction des variables (P,V), (P,T) ou (T,V) et faisant apparaître le rapport <math>\gamma</math> des capacités thermiques à pression et volume constants.</p> <p>Exploiter les lois de Laplace dans les cas de transformations isentropiques de gaz parfaits.</p>
<b>10. Machines cycliques dithermes en système fermé</b>	
<p>Représentation schématique des machines cycliques dithermes.</p> <p>Cas des moteurs, pompes à chaleur et machines frigorifiques.</p>	<p>Prévoir les signes des transferts d'énergie en fonction de l'application recherchée.</p> <p>Définir le rendement d'un moteur.</p> <p>Définir le coefficient de performance (CoP) (ou efficacité) d'une machine frigorifique et celui d'une pompe à chaleur (PAC).</p>
<p>Inégalité de Clausius pour les machines cycliques dithermes.</p> <p>Théorème de Carnot.</p>	<p>Déterminer le rendement ou le coefficient de performance (CoP) maximum des machines cycliques dithermes.</p> <p>Exploiter le théorème de Carnot pour juger de la performance d'une machine thermique.</p>
<p>Diagramme de Watt (P,V) et diagramme entropique (T,S).</p>	<p>Donner une interprétation énergétique de l'aire des cycles et de leur sens de parcours dans les diagrammes (P,V) et (T,S) pour un cycle réversible.</p> <p>Tracer l'allure d'un cycle de Carnot d'un gaz parfait dans un diagramme de Watt et un diagramme entropique.</p> <p>Capacité numérique : à l'aide d'un langage de programmation, tracer le cycle d'un moteur dans un diagramme de Watt ou dans un diagramme entropique. Déterminer le travail fourni et le rendement.</p>
<p>Modélisation d'un moteur réel à pistons : exemples du moteur à combustion interne et du moteur diesel.</p>	<p>Associer les temps mécaniques (4 temps ou 2 temps) d'un moteur à piston aux différentes transformations du cycle moteur.</p>
<p>Puissance d'un moteur, consommation d'énergie.</p>	<p>Déterminer la puissance d'un moteur et la puissance thermique nécessaire à son fonctionnement connaissant les caractéristiques d'un cycle.</p> <p>Déterminer la consommation d'énergie nécessaire pour qu'un moteur fournisse un travail donné.</p>
<b>11. Machines thermiques en système ouvert</b>	
<p>Premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert.</p> <p>Travail indiqué massique.</p>	<p>Citer le premier principe de la thermodynamique en système ouvert, par unité de masse et/ou par unité de temps, en tenant compte des variations massiques d'enthalpie, d'énergie potentielle et d'énergie cinétique.</p> <p>Appliquer le premier principe de la thermodynamique en système ouvert à une machine thermique avec écoulement de fluide en précisant le système ouvert considéré.</p> <p>Expliquer le rôle d'un compresseur, d'une pompe, d'un condenseur, d'un évaporateur et d'un détendeur. Associer ces organes à des transformations du cycle thermodynamique mis en œuvre dans une machine.</p> <p>Démontrer le caractère isenthalpique de la transformation subie par un fluide dans un détendeur adiabatique.</p>

<p>Système diphasé liquide-vapeur.</p>	<p>Représenter un cycle de transformations dans un diagramme entropique (T,s) et enthalpique (P,h) (entropies et enthalpies par unité de masse).</p> <p>Exploiter les diagrammes (T,s) et/ou (P,h) pour déterminer les échanges énergétiques se produisant lors d'un cycle.</p>
--	---

### C. Électrocinétique – Régimes sinusoïdaux

Cette partie est l'occasion de revoir les lois élémentaires des circuits et de les généraliser au cas des régimes quasi stationnaires. Les régimes transitoires de circuits linéaires simples du premier et du deuxième ordre sont étudiés ; les relations de continuité des différentes grandeurs sont admises. L'étude des dipôles linéaires en régime sinusoïdal établi introduit la représentation complexe des signaux sinusoïdaux et la notion d'impédance complexe d'un dipôle électrique. Les aspects énergétiques des régimes sinusoïdaux et leurs conséquences sur le transport de l'énergie électrique sont soulignés.

<b>12. Circuits électriques dans l'approximation quasi stationnaire</b>	
Approximation quasi stationnaire	Le critère de validité de l'approche quasi stationnaire est énoncé sans démonstration.
Lois des nœuds, lois des mailles. Puissance électrique reçue ou fournie par un dipôle.	Utiliser les lois des nœuds et des mailles. Citer et utiliser les conventions récepteur et générateur. Citer des ordres de grandeur des intensités, des tensions et des puissances mises en jeu dans différents domaines d'applications.
Point de fonctionnement d'un circuit	Exploiter les caractéristiques courant-tension des dipôles pour déterminer le point de fonctionnement d'un circuit en régime indépendant du temps.
Dipôles linéaires Résistances, condensateurs, bobines. Associations de dipôles.	En régime dépendant du temps, énoncer la relation entre l'intensité du courant et la tension pour une résistance, un condensateur ou une bobine. Remplacer une association en série ou en parallèle de deux dipôles de même nature par un dipôle équivalent.
Modélisation d'une source d'énergie électrique réelle. Capacité électrique d'une pile.	Modéliser une source d'énergie électrique comme l'association d'une source de tension idéale et d'une résistance. Relier l'intensité du courant électrique débité par la pile à la capacité électrique de la pile et à la durée d'utilisation. Déterminer l'énergie stockée par une pile, connaissant sa capacité électrique et sa tension.
<b>13. Circuits linéaires en régime transitoire</b>	
Charge et décharge d'un condensateur dans un circuit RC série. Temps caractéristique. Energie stockée par un condensateur.	Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans le cas de sa charge par une source idéale de tension et dans le cas de sa décharge. Déterminer l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire dans un circuit RC série. <b>Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un circuit RC série et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux résultats d'un modèle.</b> Démontrer l'expression de l'énergie stockée par un condensateur en fonction de sa charge ou de la tension entre ses bornes. <b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par un condensateur.</b>
Établissement et rupture du courant dans un circuit RL série. Temps caractéristique.	Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'une bobine dans le cas de l'établissement et de la rupture du courant. Déterminer l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire dans un circuit RL série. <b>Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.</b>

Energie stockée par une bobine.	Démontrer l'expression de l'énergie stockée dans une bobine d'inductance connue. <b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par une bobine.</b>
Circuit RLC série en régime dépendant du temps. Analogie mécanique	Établir et résoudre l'équation d'évolution de la tension aux bornes du condensateur lors de sa charge ou de sa décharge, dans les différents régimes possibles. Écrire l'équation différentielle en faisant apparaître la pulsation propre et le facteur de qualité. Décrire et exploiter les analogies avec l'oscillateur harmonique mécanique amorti. Identifier les paramètres et grandeurs analogues.
<b>14. Circuits linéaires en régime sinusoïdal établi</b>	
Signal sinusoïdal Pulsation et fréquence. Amplitude, phase. Représentation complexe d'un signal sinusoïdal	Passer de la représentation complexe d'un signal au signal réel et réciproquement (convention $e^{j\omega t}$ ).
Impédances complexes, association de deux impédances. Impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.	Établir l'expression de l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine. Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Puissance moyenne reçue par un dipôle linéaire en régime sinusoïdal établi. Tension efficace. Intensité efficace. Facteur de puissance.	Établir et exploiter l'expression de la puissance moyenne reçue par un dipôle en fonction de la tension efficace, de l'intensité efficace et du facteur de puissance. Relier le facteur de puissance à l'impédance complexe.
Transport d'énergie électrique.	Justifier l'emploi de lignes à haute tension pour le transport d'énergie électrique. Analyser l'influence du facteur de puissance d'une installation sur les pertes d'énergie par effet Joule dans les lignes de transport.
Circuit RLC série en régime sinusoïdal établi. Résonance de courant. Facteur de qualité.	Établir l'expression de l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance, de la bobine ou du condensateur en fonction de la fréquence en utilisant la notion d'impédance complexe. Tracer la courbe donnant l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance en fonction de la fréquence. Relier l'amplitude et la largeur (à $1/\sqrt{2}$ ) du pic de résonance en courant au facteur de qualité et à la pulsation propre du circuit. <b>Mettre en évidence le phénomène de résonance de courant dans un circuit RLC série et estimer la valeur du facteur de qualité.</b>

## Second semestre

### D. Étude des fluides au repos ou en écoulement

Cette partie présente quelques propriétés des fluides au repos ou en mouvement dans une approche essentiellement tournée vers la pratique et la réalisation de bilans.

La relation fondamentale de l'hydrostatique fournit l'occasion d'introduire l'opérateur gradient, mais sa démonstration n'est exigible que dans le cas d'une variation unidimensionnelle de la pression. Des applications sont présentées.

La description du mouvement d'un fluide s'appuie sur le champ des vitesses, dans une approche eulérienne. L'évaluation des débits massiques et volumiques permet d'introduire la notion de flux et d'établir l'équation locale de la conservation de la masse. L'opérateur divergence est défini par son expression en coordonnées cartésiennes.

L'écoulement parfait est défini comme étant exempt de toute dissipation énergétique et d'échange thermique interne et externe. La démonstration et le domaine d'application de la relation de Bernoulli sont connus des étudiants. La notion de perte de charge permet d'étudier des conséquences concrètes de la dissipation d'énergie dans les écoulements réels.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Description d'un fluide statique</b>	
Échelle mésoscopique.	Définir et connaître des ordres de grandeurs des dimensions de l'échelle mésoscopique dans le cas des liquides et des gaz.
Champ de pression dans un fluide.  Force de pression.	Citer des ordres de grandeur de valeurs de pression dans des situations usuelles.  Calculer la force de pression s'exerçant sur une surface, la pression étant uniforme.
Forces volumiques associées à un champ de pression non uniforme.  Opérateur gradient.	Démontrer l'expression de la résultante des forces de pression s'exerçant sur un volume élémentaire de fluide dans le cas d'une variation unidirectionnelle de la pression.  Généraliser sans démonstration pour une situation quelconque en utilisant l'opérateur gradient.  Exploiter l'expression générale admise de la force volumique associée aux forces de pression, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie.
Relation de la statique des fluides.	Énoncer et établir la relation de la statique des fluides dans le cas d'un fluide soumis uniquement à la pesanteur, supposée uniforme.
Pression dans un fluide incompressible.  Pression dans une atmosphère isotherme.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible. Citer une application pratique.  Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'une atmosphère isotherme assimilée à un gaz parfait.  <b>Capacité numérique</b> : mettre en œuvre la méthode d'Euler à l'aide d'un langage de programmation pour simuler l'évolution de la pression pour une atmosphère non isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait.
Poussée d'Archimède	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède.  Citer et exploiter l'expression de la poussée d'Archimède.
<b>2. Description d'un fluide en écoulement</b>	
Champ des vitesses.  Écoulement stationnaire.  Ligne de courant, tube de courant.	Décrire les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs locales pertinentes.  Représenter les lignes de courant d'un champ de vitesses uniforme et stationnaire.  Analyser des vidéos, des simulations ou des cartographies d'écoulement.
Bilans de masse et de volume.	Réaliser un bilan de masse ou de volume sur une portion de fluide, les débits étant connus.

Débit volumique et débit massique.	Montrer que dans un écoulement stationnaire, le débit massique se conserve le long d'un tube de courant ; exploiter cette propriété.  Montrer que dans un écoulement de fluide incompressible, le débit volumique se conserve le long d'un tube de courant ; exploiter cette propriété.
Flux d'un champ de vecteurs. Vecteur densité de courant de masse.	Exprimer les débits volumique et massique pour un écoulement unidirectionnel uniforme.  Calculer le débit volumique du fluide à travers une surface quelconque à l'aide du flux du vecteur vitesse, considéré comme uniforme.  Calculer le débit massique du fluide à travers une surface quelconque à l'aide du flux du vecteur densité courant de masse, considéré comme uniforme.
Conservation du débit volumique dans un écoulement de fluide incompressible.	Exploiter qualitativement la topographie des lignes de courant pour prévoir les variations de la norme du vecteur vitesse le long des tubes de courant.
Équation locale de conservation de la masse dans un fluide en écoulement unidirectionnel. Opérateur divergence.	Démontrer l'équation locale de conservation de la masse dans un écoulement de fluide unidirectionnel. Généraliser au cas tridimensionnel.  Exploiter l'expression fournie de l'opérateur divergence.  Montrer que la divergence du champ des vitesses d'un fluide incompressible est nulle en tout point.
<b>3. Aspect énergétique de l'écoulement d'un fluide en régime stationnaire</b>	
Relation de Bernoulli.	Définir un écoulement parfait.  Établir et exploiter la relation de Bernoulli à partir du premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert pour un écoulement parfait, incompressible et stationnaire entre deux points situés sur une même ligne de courant.
Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie mécanique lors de l'écoulement.
Transport de fluide dans une conduite.	Exploiter le premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert pour effectuer un bilan de puissance dans une conduite pouvant contenir une pompe ou une turbine.

## E. Transferts thermiques

Les trois modes de transferts thermiques sont abordés de façon phénoménologique. Toutes les situations étudiées sont stationnaires ou quasi stationnaires : la notion de résistance thermique peut être exploitée même si les températures des corps en présence évoluent avec le temps. L'équation de la diffusion thermique est hors programme.

Les analogies avec l'électricité sont développées et utilisées. L'effet de serre est présenté dans le modèle le plus simple ; son rôle dans l'évolution du climat terrestre est souligné.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Transfert d'énergie thermique</b>	
Puissance thermique. Vecteur densité de flux thermique.	Interpréter la puissance thermique comme un débit d'énergie.  Relier la puissance thermique traversant une surface au flux du vecteur densité de flux thermique à travers celle-ci.
Loi de Fourier.	Relier l'existence d'un flux thermique à la non-uniformité de la température. Interpréter son sens.  Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique pour certains matériaux, notamment dans le domaine de l'habitat.

Température dans un conducteur thermique en régime stationnaire. Résistance thermique.	En régime stationnaire, déterminer le profil de température pour un transfert thermique unidirectionnel. Établir l'expression de la résistance thermique dans le cas d'un conducteur thermique siège d'un transfert thermique unidirectionnel. Calculer la puissance thermique échangée entre deux systèmes de températures connues reliés par une résistance thermique.
Bilan d'énergie en régime quasi-stationnaire	Déterminer la variation en fonction du temps de la température d'un système relié à un thermostat par une résistance thermique donnée.
Analogie électrique. Lois d'association des résistances thermiques.	Exploiter l'analogie électrique entre la conduction thermique et la conduction électrique pour déterminer les températures et flux thermiques au sein d'un système mettant en jeu plusieurs résistances thermiques.
Transfert thermique conducto-convectif pariétal. Loi de Newton.	Exploiter la loi de Newton fournie. Déterminer la résistance thermique associée au transfert conducto-convectif pariétal.
Transfert thermique par rayonnement. Corps noir. Approche descriptive du rayonnement du corps noir. Loi de Wien, loi de Stefan.	Exploiter les expressions fournies des lois de Wien et de Stefan. Réaliser un bilan d'énergie pour un corps noir en tenant compte des transferts thermiques reçus et émis par rayonnement.
Effet de serre. Albédo.	Analyser quantitativement l'effet de serre en s'appuyant sur un bilan énergétique dans le cadre d'un modèle à une couche. Expliquer qualitativement l'influence de l'effet de serre atmosphérique et de l'albédo sur le climat terrestre.

## F. Électromagnétisme : champs statiques et quasi statiques

Cette partie aborde l'électrostatique, la magnétostatique et les phénomènes d'induction, décrits dans l'approximation quasi stationnaire. Les équations de Maxwell locales ne sont pas utilisées : les théorèmes de Gauss, d'Ampère, la loi de Faraday et la loi de conservation du flux du champ magnétique sont seulement abordés sous leur forme intégrale. L'exploitation des théorèmes de Stokes et de Green-Ostogradski est hors programme.

Les champs électrostatiques et magnétostatiques sont explicitement déterminés dans des situations présentant une symétrie élevée. Au-delà des calculs de champs exigibles du programme, il est possible de poser des exercices portant sur d'autres situations hautement symétriques où les choix des éléments d'intégration s'imposent (surfaces d'application du théorème de Gauss, ou contours d'intégration du théorème d'Ampère). En dehors de ces situations, les expressions des champs sont admises. Les systèmes mettant en jeu des courants surfaciques sont hors programme.

La conduction électrique est présentée de façon phénoménologique ; le modèle de Drüde n'est pas exigible. L'équation locale de conservation de la charge est seulement démontrée dans une situation unidimensionnelle.

L'étude de l'induction repose sur la loi de Faraday qui se prête à une introduction expérimentale et qui peut constituer un exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue que l'on peut avoir sur le même phénomène selon le référentiel où l'on se place.

Le couplage électromécanique est étudié dans le seul cas du dispositif des rails de Laplace.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Electrostatique du vide</b>	
Charge électrique, conservation de la charge.	Exploiter le principe de conservation de la charge électrique.
Loi de Coulomb, champ électrostatique. Lignes de champ.	Exprimer le champ électrostatique créé par une charge ponctuelle. Citer quelques ordres de grandeurs de champs électriques. Exploiter une carte de lignes de champ électrostatique fournie.

<p>Distributions continues de charges volumique, surfacique, linéique.</p> <p>Principe de superposition.</p>	<p>Choisir une modélisation adaptée à la géométrie du problème étudié.</p> <p>Identifier des situations où la distribution de charge peut être modélisée par une distribution infinie.</p> <p>Évaluer la charge totale d'une distribution continue et uniforme dans des situations de géométrie simple.</p>
<p>Champ électrostatique créé par une distribution statique de charges.</p> <p>Relations entre les symétries et invariances des distributions de charges et celles du champ électrostatique.</p>	<p>Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie éventuels d'une distribution de charges.</p> <p>Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter ces symétries et invariances pour caractériser le champ électrostatique créé et prévoir la topographie des lignes de champ.</p>
<p>Circulation du champ électrostatique. Potentiel électrostatique.</p>	<p>Exprimer une différence de potentiel comme une circulation du champ électrostatique.</p> <p>Relier le champ électrostatique au potentiel électrostatique.</p> <p>Citer le potentiel créé par une charge ponctuelle.</p> <p>Déterminer un champ électrostatique à partir du potentiel et réciproquement, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie.</p>
<p>Flux du champ électrostatique, théorème de Gauss.</p>	<p>Déterminer le flux du champ électrostatique dans des géométries simples.</p> <p>Énoncer le théorème de Gauss.</p> <p>Exploiter le théorème de Gauss pour calculer un champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (distribution à symétrie sphérique, plan uniformément chargé).</p> <p><b>Capacité numérique</b> : à l'aide d'un langage de programmation, tracer quelques lignes de champ pour une distribution donnée.</p>
<p>Conservation du flux du champ électrostatique dans le vide et conséquences topographiques.</p>	<p>Exploiter qualitativement la topographie des lignes de champ électrostatiques dans le vide pour prévoir les variations de la norme du champ le long des tubes de champ.</p>
<p>Condensateur, capacité.</p>	<p>Citer des situations que l'on peut modéliser par un condensateur.</p> <p>Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords. Généraliser en présence d'un diélectrique entre les armatures.</p> <p>Déterminer la charge d'un condensateur connaissant la tension existant à ses bornes et réciproquement.</p>
<p>Densité volumique d'énergie électrostatique.</p>	<p>Exprimer la densité volumique d'énergie électrostatique dans un condensateur plan à l'aide du champ électrostatique.</p>
<p><b>6. Conduction électrique</b></p>	
<p>Courant électrique dans un conducteur. Intensité du courant électrique.</p> <p>Vecteur densité de courant volumique.</p> <p>Vecteur densité de courant volumique associé au déplacement homocinétique de porteurs de charge dans un conducteur.</p>	<p>Interpréter l'intensité du courant électrique comme un débit de charges.</p> <p>Relier les conventions d'orientation de l'intensité du courant électrique au sens du mouvement des porteurs de charges.</p> <p>Relier l'intensité du courant au flux du vecteur densité de courant volumique.</p> <p>Établir l'expression du vecteur densité volumique de courant en fonction de la vitesse et de la charge volumique des porteurs de charge.</p>

Conservation de la charge électrique. Loi des nœuds. Équation locale de conservation de la charge électrique.	Établir la loi des nœuds en régime stationnaire. Établir l'équation locale de conservation de la charge en régime variable pour une situation unidimensionnelle. Énoncer sa généralisation à trois dimensions. Démontrer que le vecteur densité de courant est à flux conservatif en régime stationnaire.
Loi d'Ohm locale. Conductivité électrique. Loi d'Ohm, résistance électrique.	Établir la loi d'Ohm à partir de la loi d'Ohm locale dans une situation de conduction unidirectionnelle et exprimer la résistance électrique du conducteur considéré.
Effet Joule.	Interpréter l'effet Joule à partir d'un bilan énergétique effectué sur un conducteur ohmique en régime stationnaire.
<b>7. Magnétostatique du vide</b>	
Champ magnétique. Lignes de champ magnétique.	Exploiter la notion de ligne de champ magnétique. Exploiter une carte de lignes de champ magnétique fournie.
Force magnétique exercée sur une charge ponctuelle.	Exploiter l'expression de la force magnétique agissant sur une charge ponctuelle. Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule
Sources de champ magnétique.	Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre. <b>Produire et mesurer des champs magnétiques.</b>
Force de Laplace.	Exprimer la force subie par un conducteur filiforme rectiligne parcouru par un courant en présence d'un champ magnétique extérieur uniforme.
Moment magnétique. Dipôle magnétique.  Aimants.	Déterminer le vecteur moment magnétique et les pôles nord et sud associés à une boucle de courant plane. Tracer schématiquement l'allure des lignes de champs à grande distance d'un dipôle magnétique. Modéliser un aimant par un dipôle magnétique. Identifier les pôles nord et sud d'un aimant.
Action subie par un moment magnétique dans un champ magnétique uniforme.	Exploiter l'expression fournie du couple subi par un moment magnétique placé dans un champ magnétique uniforme. Utiliser une boussole pour déterminer la direction d'un champ magnétique.
Flux du champ magnétique à travers une surface fermée. Conservation du flux du champ magnétique.	Utiliser le fait que le flux du champ magnétique à travers une surface fermée est nul pour démontrer que le flux de ce champ est conservé le long d'un tube de champ. Exploiter qualitativement les lignes de champ magnétique pour prévoir les variations de la norme du champ le long d'un tube de champ magnétique.
Champ magnétostatique créé par une distribution stationnaire de courant.  Relations entre les symétries et invariances des distributions de courant et celles du champ magnétostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie éventuels d'une distribution de courants et les relier aux plans d'antisymétrie et de symétrie du champ magnétostatique créé. Identifier les invariances d'une distribution de courants. Exploiter les symétries et invariances pour caractériser le champ magnétostatique créé et prévoir la topographie des lignes de champ. Tracer l'allure des cartes de champ magnétostatique pour un aimant droit, un fil rectiligne, une spire circulaire, une bobine longue.

Circulation du champ magnétostatique. Théorème d'Ampère.	Déterminer la circulation du champ magnétostatique dans des géométries simples. Énoncer le théorème d'Ampère. Exploiter le théorème d'Ampère pour calculer un champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (fil infini de rayon nul ou fini, solénoïde « infini »).
<b>8. Lois de l'induction</b>	
Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Loi de Faraday, force électromotrice induite dans une boucle conductrice. Variation du flux magnétique à travers une boucle de courant. Sens du courant induit. Loi de modération de Lenz.	Exploiter la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.  Déterminer le sens et l'intensité du courant induit, connaissant la résistance de la boucle de courant dans différentes situations.  Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
<b>9. Circuit fixe placé dans un champ magnétique qui dépend du temps</b>	
Auto-induction.  Flux propre et inductance propre.	Différencier le flux propre des flux extérieurs. Utiliser la loi de modération de Lenz.  Évaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur.
Densité volumique d'énergie.	Exprimer la densité volumique d'énergie magnétique dans un solénoïde infini.
Couplage magnétique entre deux circuits. Induction mutuelle entre deux bobines. Courants de Foucault.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe, de grande longueur en influence totale. Écrire les équations électriques dans un circuit mettant en jeu une inductance mutuelle. Citer des exemples d'applications des courants de Foucault. Expliquer le principe du chauffage inductif, le principe d'une détection ampèremétrique.
<b>10. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire. Couplages électromécaniques</b>	
Phénomène d'induction dans un conducteur en translation rectiligne dans un champ magnétique stationnaire. Rails de Laplace.	Interpréter qualitativement les phénomènes observés dans le cas des rails de Laplace. Établir les équations électrique et mécanique dans un dispositif de type rails de Laplace. Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique. Effectuer un bilan énergétique. Expliquer le principe de l'obtention d'énergie électrique à partir du phénomène d'induction. Expliquer le principe du freinage magnétique lié à l'apparition de courants de Foucault.

## G. Ondes

L'équation de d'Alembert unidimensionnelle est établie à partir d'une modélisation simplifiée d'un câble coaxial supposé sans pertes ; c'est sa seule démonstration exigible. Les ondes progressives sont étudiées de façon générale. Les ondes stationnaires et leurs caractéristiques sont présentées.

L'étude des ondes électromagnétiques fournit l'occasion de présenter les équations locales de Maxwell dans le vide, en présence de charges et de courants. Elles sont citées sans démonstration ; l'expression de la force de Lorentz est rappelée en tant que définition du champ électromagnétique. L'intérêt 'historique et conceptuel des équations de Maxwell est souligné. Les contraintes et couplages qu'elles imposent au champ électromagnétique sont analysées qualitativement. Les expressions intégrales associées ne sont pas exigibles dans le cas général.

Les ondes électromagnétiques progressives planes monochromatiques polarisées rectilignement sont étudiées en détail, y compris dans leur aspect énergétique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>11. Propagation unidimensionnelle d'un signal</b>	
Ondes de tension et de courant dans un câble coaxial. Équation de d'Alembert unidimensionnelle.	Établir les équations de propagation vérifiées par l'intensité du courant et la tension dans un câble coaxial sans pertes modélisé comme un milieu continu caractérisé par une inductance linéique et une capacité linéique.
Ondes progressives solutions de l'équation de d'Alembert. Retard temporel, célérité. Forme générale des solutions de l'équation de d'Alembert.	Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle du signal à position fixée, et son évolution spatiale à un instant donné. Exprimer la célérité en fonction des caractéristiques d'un câble coaxial.
Vibrations transversales d'une corde tendue.	Exprimer la célérité en fonction des paramètres de la corde à partir de l'équation de propagation fournie.
Onde progressive sinusoïdale : phase, double périodicité spatiale et temporelle.	Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines mécaniques et électromagnétiques et citer des applications associées. Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité. <b>Mesurer la longueur d'onde et la célérité d'une onde progressive sinusoïdale.</b>
Ondes stationnaires. Superposition de deux ondes progressives sinusoïdales de même amplitude se propageant dans des sens opposés. Structure de l'onde résultante : nœuds et ventres.	Déterminer les positions des nœuds et des ventres d'une onde stationnaire en fonction de sa longueur d'onde.
<b>12 Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide</b>	
Force de Lorentz. Formes locales des équations de Maxwell dans le vide.	Simplifier les équations de Maxwell, fournies et admises, dans une zone de l'espace sans charges ni courants. Identifier les équations qui font apparaitre un couplage entre les champs électrique et magnétique. Identifier et interpréter qualitativement les équations qui font apparaitre un couplage entre les champs électrique ou magnétique et les distributions de charges ou de courant.
Équation de propagation des champs électrique et magnétique dans le vide. Cas des ondes planes.	Exprimer la célérité des ondes électromagnétiques en fonction des constantes fondamentales à partir de l'équation de propagation fournie. Montrer que l'équation de propagation des champs électrique et magnétique se ramène à une équation de d'Alembert unidimensionnelle dans le cas d'une onde plane.
Onde électromagnétique plane progressive monochromatique polarisée rectilignement. Vecteur d'onde, longueur d'onde.	Démontrer la relation de dispersion de l'onde. Exploiter l'expression du champ électrique d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement pour identifier la direction de propagation et la direction de polarisation.

<p>Spectre des ondes électromagnétiques.</p>	<p>Identifier en ordre de grandeur les intervalles en fréquence ou en longueur d'onde des domaines : ondes radio, infra-rouge, visible, ultraviolets, rayons X, rayons gamma.</p>
<p>Caractère transverse des champs.</p> <p>Relation entre le champ électrique, le champ magnétique et le vecteur d'onde d'une onde plane progressive monochromatique (relation de structure).</p>	<p>Démontrer le caractère transverse des champs électrique et magnétique dans le cas d'une onde plane.</p> <p>Établir la relation de structure dans le cas d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.</p> <p>Exploiter la relation de structure pour déterminer le champ électrique connaissant le champ magnétique, ou réciproquement, pour une onde plane progressive monochromatique.</p>
<p>Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting.</p> <p>Équation locale de Poynting dans le vide.</p> <p>Puissance surfacique moyenne transportée par l'onde.</p>	<p>Exprimer la puissance rayonnée à travers une surface à l'aide du vecteur de Poynting.</p> <p>Associer la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde.</p> <p>Citer quelques ordres de grandeurs de puissance surfacique moyennes transportées par une onde électromagnétique (laser hélium-néon, flux solaire).</p> <p>Établir l'équation locale de Poynting unidimensionnelle pour une onde plane polarisée rectilignement dans une zone de l'espace sans charges ni courants.</p> <p>Admettre son expression la plus générale dans une zone de l'espace sans charges ni courants. Par analogie avec d'autres équations locales de conservation, faire le lien avec la conservation de l'énergie électromagnétique dans le vide.</p>
<p>Conversion d'énergie électromagnétique en énergie électrique.</p>	<p>Décrire l'effet photovoltaïque.</p> <p>À partir de la caractéristique courant-tension d'une cellule photovoltaïque, déterminer les valeurs de la tension et du courant qui maximisent la puissance électrique fournie. Déterminer la valeur du rendement maximum, les données nécessaires étant fournies.</p>

## Appendice : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique sont ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Les expressions des opérateurs d'analyse vectorielle doivent être systématiquement rappelées, y compris dans le système des coordonnées cartésiennes.

Outils	Niveau d'exigence
<b>1. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, $x \rightarrow x^2$ , $x \rightarrow \sqrt{x}$ , $x \rightarrow \frac{1}{x}$ .
Dérivée.	Interpréter géométriquement la dérivée. Dériver une fonction composée. Rechercher un extremum.
Primitive et intégrale.  Valeurs moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales. Exprimer la valeur moyenne d'une fonction sous forme d'une intégrale.  Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, $\cos^2$ et $\sin^2$ . Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples.
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée.  Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log.
Développements limités.	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre 1 ou 2.  Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^n$ , exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
<b>2. Équations différentielles</b>	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordres à coefficients constants.	Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales. Exploiter le polynôme caractéristique.  Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité).  Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques.  Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI).  Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ou du deuxième ordre et d'un second membre constant.  Obtenir analytiquement (notation complexe) le régime sinusoïdal établi dans le cas d'un second membre sinusoïdal. Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime sinusoïdal établi.  Déterminer le module des grandeurs.  Mettre en évidence les notions de régime libre, régime stationnaire, régime forcé et régime transitoire.

<b>3. Analyse vectorielle</b>	
Gradient.	Déterminer le gradient d'un champ scalaire, l'expression du gradient étant fournie. Déterminer la circulation du gradient d'un champ scalaire entre deux points.
Divergence.	Déterminer la divergence d'un champ vectoriel, l'expression de l'opérateur divergence étant fournie.
Rotationnel.	Déterminer le rotationnel d'un champ vectoriel, son expression étant fournie.
<b>4. Équations aux dérivées partielles</b>	
Équation de d'Alembert.	Forme générale des solutions de l'équation de d'Alembert. Solutions progressives. Solutions stationnaires. Exploiter des conditions initiales et des conditions aux limites.
<b>5. Géométrie</b>	
Vecteurs et systèmes de coordonnées.	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées sur une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
<b>6. Trigonométrie</b>	
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire, relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels.  Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.  Passer de la forme $A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ à la forme $C \cos(\omega t + \varphi)$ .
Nombres complexes et représentation dans le plan.  Somme et produit de nombres complexes.	Utiliser la partie réelle et la partie imaginaire pour calculer le module et l'argument.

## **Annexe VI**

# **Objectifs de formation et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle**

## **1. Objectifs de formation**

### **1.1. Finalité**

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur (SII) de la classe préparatoire ATS Ingénierie Industrielle (II) s'inscrit dans un parcours de formation initiale pour accéder au titre d'ingénieur. L'objectif de ce programme est de proposer des contenus d'enseignements qui permettent de développer progressivement les compétences nécessaires à l'intégration dans une grande école et à l'exercice des métiers d'ingénieurs. Ce programme est ambitieux quant au développement de compétences scientifiques et technologiques qui soutiennent l'expertise du futur ingénieur. Il l'est aussi pour le développement de compétences transversales nécessaires pour communiquer, travailler en équipe, exercer un sens critique et des responsabilités de manière éthique et déontologique. En cohérence avec les objectifs du cycle initial de la formation aux métiers de l'ingénierie, ce programme contribue à l'approche pédagogique par les STIM (sciences, technologie, ingénierie et mathématiques).

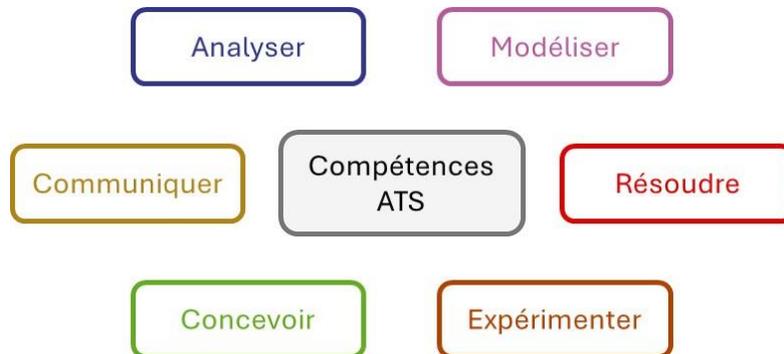
### **1.2. Objectifs généraux**

Les ingénieurs doivent être en capacité de résoudre de façon innovante des problèmes inédits afin de répondre aux besoins des personnes et d'apporter un progrès dans leur qualité de vie. Ils participent aux processus de développement des systèmes à chaque étape de leur cycle de vie, de la caractérisation du besoin jusqu'au recyclage, en respectant les contraintes de développement durable et d'écoconception.

Cette capacité des ingénieurs à proposer des solutions innovantes est plus que jamais indispensable au développement d'une industrie capable de faire face aux grands enjeux sociétaux, économiques et environnementaux. Ces enjeux sont notamment ceux de la transition énergétique, la préservation de la qualité de l'environnement, la progression des technologies du numérique, la mutation des métropoles et des territoires, l'évolution des besoins alimentaires et des exigences en matière de santé pour des humains toujours plus nombreux sur notre planète. Dans un contexte de concurrence mondialisée, la capacité d'innovation des ingénieurs est nécessaire à l'industrie de notre pays qui doit demeurer compétitive et souveraine.

Les objectifs généraux du programme de SII en CPGE ATS II visent à développer les compétences clés dans le large domaine des sciences industrielles de l'ingénieur qui sont nécessaires à l'exercice du métier d'ingénieur. Celles-ci sont consolidées et complétées par la formation poursuivie jusqu'à l'obtention du titre d'ingénieur.

L'enseignement des SII en CPGE ATS II a également pour objectif d'apporter aux étudiants des méthodes et des outils qui leur permettront de s'adapter aux évolutions permanentes des sciences et des technologies et de communiquer avec l'ensemble des acteurs associés à l'exercice des métiers d'ingénieurs et scientifiques.

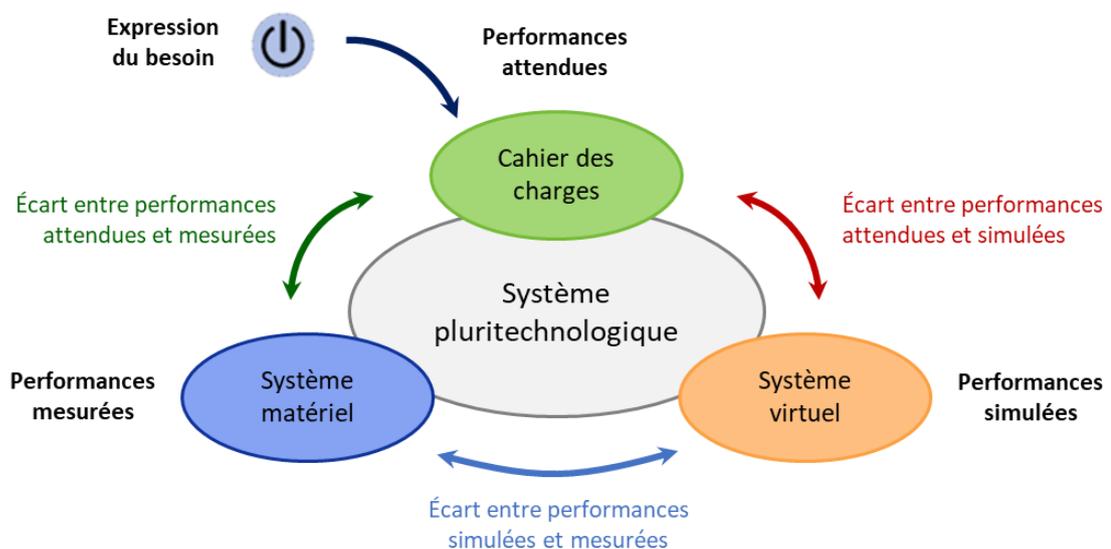


*Les compétences générales de l'ingénieur développées en ATS*

### 1.3. La démarche des enseignements en CPGE ATS

L'approche pédagogique et didactique des enseignements en ATS s'organise autour de systèmes pluritechnologiques. Chaque système est défini à partir de besoins fonctionnels et d'exigences, de modèles numériques et d'un système matériel. Un système sera étudié dans sa globalité à partir de ces trois approches imbriquées :

- la réalité du besoin ou exigences fonctionnelles. Elle se décline dans le cahier des charges défini avec un client ;
- la réalité virtuelle d'un système. Elle se traduit dans l'élaboration d'un modèle permettant de simuler son comportement afin d'en prévoir et d'en évaluer les performances, et de valider les organisations fonctionnelle et structurelle ;
- la réalité matérielle permet de valider par expérimentation les performances du produit ou système.



*La démarche pédagogique et didactique en sciences industrielles de l'ingénieur*

Les objets et les systèmes, dans leur complexité, mobilisent plusieurs formes d'énergie et sont communicants. Ils sont pluritechnologiques.

La démarche en sciences industrielles de l'ingénieur en ATS II vise à :

- contribuer à l'élaboration des trois réalités du système pluritechnologique (le cahier des charges, le système virtuel et le système matériel) ;
- comparer les performances issues de ces trois réalités ;
- optimiser le système virtuel et le système matériel afin de faire converger leurs performances vers celles attendues au cahier des charges.

Les contenus du programme de ATS permettent aux étudiants d'investir complètement la démarche de l'ingénieur en s'intéressant à toutes les représentations des systèmes. Pour cela les enseignements en ATS installent progressivement l'ensemble des connaissances et des compétences nécessaires à la maîtrise des différentes représentations d'un même objet ou système, à la comparaison des différentes performances, à l'optimisation des systèmes dans leurs réalités numérique et matérielle, afin de répondre aux attentes du client.

#### **1.4. Usage de la liberté pédagogique**

Le programme définit les obligations faites aux professeurs des contenus à enseigner, les mêmes pour tous les étudiants, garantes de l'équité d'une formation offrant à chacun les mêmes chances de réussite. Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent aux enseignants le choix pédagogique de l'organisation des enseignements et de ses méthodes. La nature des enseignements en sciences industrielles de l'ingénieur suppose la mise en œuvre d'une didactique naturellement liée à la discipline qui impose une réflexion sur le développement des compétences, la transmission des connaissances et leur ordonnancement dans la programmation des apprentissages.

La pédagogie mise en œuvre valorise et s'appuie sur la mise en application concrète de connaissances scientifiques et technologiques sur des supports d'enseignement représentatifs de solutions innovantes. Les solutions contemporaines sont mises en perspective avec l'histoire des sociétés, des technologies, avec les préoccupations de respect de l'environnement et des ressources naturelles, de façon à construire les bases d'une culture d'ingénieur éthique et responsable.

#### **1.5. Organisation de l'enseignement**

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur doit être centré sur les activités de modélisation, de travaux pratiques à partir des systèmes présents dans le laboratoire. Les travaux pratiques sont organisés par groupe de quinze étudiants au maximum dans le laboratoire de sciences industrielles de l'ingénieur.

L'ensemble de ces activités doit renforcer les acquis scientifiques et technologiques, l'autonomie des étudiants, les facultés de prise de décisions. L'objectif de la formation consiste à réduire les différences de maîtrise des compétences dues à l'hétérogénéité des formations d'origines des étudiants ; la pédagogie différenciée est à privilégier.

## 2. Programme

Le programme est organisé en six compétences générales déclinées en compétences attendues qui pourront être évaluées en fin de formation.

Partant de ces indications de fin de formation, le programme détaille les compétences développées, précise les connaissances associées et fournit un indicateur de positionnement temporel dans le cycle.

Les compétences développées et les connaissances associées sont positionnées dans les semestres, cela signifie :

- qu'elles doivent être acquises en fin du semestre précisé ;
- qu'elles ont pu être introduites au cours du semestre précédent ;
- qu'elles peuvent être mobilisées au semestre suivant.

Les compétences générales et compétences attendues sont détaillées ci-dessous.

### A – Analyser

- A1 – Analyser le besoin et les exigences
- A2 – Définir les frontières de l'analyse
- A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle
- A4 – Analyser les performances et les écarts

### B – Modéliser

- B1 – Identifier les phénomènes physiques pour les modéliser et caractériser les grandeurs nécessaires
- B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement
- B3 – Valider un modèle

### C – Résoudre

- C1 – Proposer une démarche de résolution
- C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique
- C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique

### D – Expérimenter

- D1 – Mettre en œuvre un système pluritechnologique
- D2 – Choisir un protocole expérimental
- D3 – Mettre en œuvre un protocole expérimental

### E – Concevoir

- E1 – Proposer et choisir des solutions techniques
- E2 – Dimensionner une solution technique choisie dans une démarche de développement durable

### F – Communiquer

- F1 – Traiter des informations
- F2 – Échanger de l'information

Les liens avec l'enseignement d'informatique du tronc commun sont identifiés par le symbole  $\Leftrightarrow I$ .

A – Analyser

A1 – Analyser le besoin et les exigences

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Décrire le besoin et les exigences.	Ingénierie système et diagrammes associés (cas d'utilisation et exigences).	S1
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Les diagrammes SysML, des cas d'utilisation et des exigences, sont présentés à la lecture. Le diagramme des cas d'utilisation peut être proposé à compléter.</i></p>		
Traduire un besoin fonctionnel en exigences.	Impact environnemental. Analyse du cycle de vie (extraction, fabrication, utilisation, fin de vie, recyclage et transport). Multi-étapes et multicritères.	S1
Définir les domaines d'application et les critères technico-économiques et environnementaux.		
Qualifier et quantifier les exigences.		
Sensibiliser à l'impact environnemental et sociétal.		
Sensibiliser aux principes d'intelligence artificielle.	Apprentissage supervisé (notions de base d'apprentissage, d'inférence et de biais).	S1
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Il s'agit de prendre en compte les exigences liées au développement durable et de sensibiliser aux aspects sociétaux.</i></p> <p><i>L'évaluation de l'impact environnemental et sociétal s'appuie sur les trois piliers du développement durable (social, économique et environnemental).</i></p> <p><i>Ces notions sont mises en évidence par l'intermédiaire d'un outil numérique adapté.</i></p> <p><i>L'analyse du cycle de vie se limite à l'étude d'un produit simple ou d'une partie d'un système.</i></p> <p><i>Une sensibilisation aux principes d'intelligence artificielle et à ses limites est faite à travers quelques exemples pertinents et par la mise en situation des objets d'études lors des travaux dirigés ou des travaux pratiques.</i></p>		

## A2 – Définir les frontières de l'analyse

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Isoler un système et justifier l'isolement.	Frontière de l'étude.	S2
Définir les éléments influents du milieu extérieur.	Milieu extérieur.	
Identifier la nature des flux échangés traversant la frontière d'étude.	Flux de matière, d'énergie et d'information.	S1
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Les diagrammes d'ingénierie système - SysML (définition de blocs, bloc interne) sont proposés à la lecture.</i></p> <p><i>Dans les diagrammes de bloc interne, les variables efforts et flux pour les domaines électrique, mécanique, thermique et hydraulique peuvent être complétées en s'appuyant sur un document fourni présentant la syntaxe.</i></p>		

## A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Associer les fonctions aux constituants.	Architecture fonctionnelle.	S1
Justifier le choix des constituants dédiés aux fonctions d'un système.	Chaînes fonctionnelles (chaîne d'information et chaîne de puissance).	S2
Identifier et décrire les chaînes fonctionnelles du système.	Fonctions acquérir, traiter, communiquer, restituer, alimenter, stocker, adapter, moduler, convertir, transmettre et agir.	S1
Identifier et décrire les liens entre les chaînes fonctionnelles.	Flux de matière, d'énergie et d'information.	S1
Identifier l'architecture structurelle d'un système.	Architecture structurelle. Diagramme de définition de blocs.	S1
Identifier la nature des flux échangés entre les différents constituants.	Diagramme de bloc interne. Flux de matière, d'énergie et d'information (définition et nature).	S1

*Commentaires*

*La description des chaînes fonctionnelles de différents systèmes permet de construire une culture technologique.*

*Les chaînes fonctionnelles sont proposées à la lecture ou à compléter avec les éléments syntaxiques fournis.*

*Dans le cas d'un système complexe, l'analyse et la description fonctionnelles doivent être partielles, l'étude se limite à une seule chaîne de puissance.*

Caractériser un constituant de la chaîne de puissance.	Alimentation d'énergie. Association de préactionneurs et d'actionneurs : – caractéristiques ; – réversibilité ; – domaines d'application. Transmetteurs de puissance : – caractéristiques ; – réversibilité ; – domaines d'application.	S2
Caractériser un constituant de la chaîne d'information.	Capteurs : – fonctions ; – nature des grandeurs physiques d'entrée et de sortie ; – nature du signal et support de l'information. Filtres : – gabarit. Convertisseurs analogique numérique et numérique analogique : – fréquence d'échantillonnage ; – résolution ; – codage.	S2

*Commentaires*

*Les étudiants doivent être capables de justifier un choix qualitatif de constituants de la chaîne de puissance ou d'information.*

*L'influence de la fréquence d'échantillonnage et l'intérêt d'un filtre anti-repliement sont illustrés (le théorème de Shannon est donné sans démonstration).*

*Le codage d'une information numérique est introduit uniquement sous les formats : décimal, binaire naturel non signé, hexadécimal.*

Identifier les architectures matérielles et fonctionnelles d'un réseau de communication.	Topologie. Canal de transmission. Débit. Synchrone, asynchrone.	S2
Décoder une trame en vue d'analyser les différents champs et les données échangées.	Protocole, trame et champs (rôle des champs dans une trame). Adressage physique et logique d'un constituant.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>L'étude des réseaux de communication est focalisée sur les concepts communs aux protocoles de communication usuels. Aucune connaissance de réseaux précis n'est requise. Les caractéristiques d'une transmission (règles, formats, conventions, débits de transmission) sont illustrées avec un exemple simple type RS232. Pour les autres protocoles, les informations sont fournies.</i></p> <p><i>Une sensibilisation sur le canal de transmission (rapport signal / bruit) est faite en travaux pratiques.</i></p>		
Interpréter tout ou partie de l'évolution temporelle d'un système séquentiel.	Diagramme d'états. Chronogramme. État, transition, activité et action.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Les diagrammes d'états sont proposés sur des cas simples (quatre états maximum), en s'appuyant sur un document fourni présentant la syntaxe.</i></p> <p><i>Le passage d'un chronogramme en diagramme d'états (ou inversement) est mis en évidence.</i></p>		
Identifier la structure d'un système asservi.	Grandeurs d'entrée et de sortie. Capteur, chaîne directe, chaîne de retour, commande, comparateur, consigne, correcteur et perturbation. Poursuite et régulation.	S1
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>La nécessité d'asservir un système est justifiée par la présence de perturbations et de performances attendues.</i></p>		

A4 – Analyser les performances et les écarts

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Extraire un indicateur de performance pertinent à partir du cahier des charges ou de résultats issus de l'expérimentation ou de la simulation.	Ordre de grandeur. Homogénéité des résultats.	S2
Caractériser les écarts entre les performances.		
Interpréter et vérifier la cohérence des résultats obtenus expérimentalement, analytiquement ou numériquement. $\Leftrightarrow I$		
Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés.		
Analyser le type de correction nécessaire pour atteindre les performances attendues.	Rejet de perturbation, erreurs, temps de réponse, bande passante, dépassement, marges de gain et de phase. Correcteur proportionnel et proportionnel intégral.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>L'interprétation et la vérification de cohérence des résultats obtenus en simulation et/ou expérimentalement permet d'analyser et de proposer des solutions pour minimiser les écarts.</i></p>		

## B – Modéliser

B1 – Identifier les phénomènes physiques pour les modéliser et caractériser les grandeurs nécessaires

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Identifier les phénomènes physiques à modéliser.	Nature des grandeurs (effort et flux). Type de l'information.	S1
Caractériser les grandeurs associées utiles à la modélisation.		
Identifier les paramètres d'un modèle.		
Identifier les performances à évaluer.	Performances attendues. Ordres de grandeur. Paramètres prépondérants.	S2
Proposer des hypothèses simplificatrices en fonction des objectifs visés.		

B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Compléter un modèle multi-physique adapté aux performances à prévoir ou à évaluer.	Domaine de validité. Paramètres d'un modèle. Grandeurs flux et effort. Sources parfaites et imparfaites.	S1
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>L'utilisation d'un logiciel de modélisation multi-physique permettant d'assembler des constituants issus d'une bibliothèque est privilégiée pour la modélisation des systèmes pluritechnologiques.</i></p> <p><i>Les modèles mis en œuvre couvrent les domaines électrique, mécanique, thermique et hydraulique.</i></p> <p><i>Les activités de simulation et d'expérimentation doivent être l'occasion d'une sensibilisation aux limites de validité d'un modèle.</i></p>		
Modéliser un système par schéma-blocs.	Schéma fonctionnel sous forme de blocs d'un système ou d'un constituant. Élaboration, manipulation et réduction de schéma-blocs. Fonctions de transfert.	S1

Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert.	Systèmes linéaires continus et invariants : – causalité ; – modélisation par équations différentielles ; – transformée de Laplace ; – fonction de transfert ; – forme canonique ; – gain, ordre, classe, pôles et zéros.	S1
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>La présentation de la transformée de Laplace se limite à son énoncé et aux propriétés du calcul symbolique strictement nécessaires.</i></p>		
Modéliser le signal d'entrée.	Transformée de Laplace des signaux canoniques d'entrée (échelon, rampe).	S1
Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle. $\Leftrightarrow I$	Premier ordre, deuxième ordre, dérivateur, intégrateur, gain et retard.  Paramètres caractéristiques.  Allures des réponses indicielle et fréquentielle.  Diagramme de Bode.	S2
Simplifier un modèle.	Linéarisation d'un modèle autour d'un point de fonctionnement.  Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle : – principe ; – justification ; – limites.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Les abaques et équations nécessaires à l'identification temporelle et fréquentielle sont fournis pour le modèle du second ordre.</i></p> <p><i>L'accent est mis sur les approximations faites, leur cohérence et domaine de validité par rapport aux objectifs.</i></p> <p><i>L'étude des systèmes non linéaires n'est pas au programme. Les activités de simulation et d'expérimentation doivent être l'occasion de mettre en évidence les limites des modèles linéaires (présence de saturation, d'hystérésis, de retard, etc.).</i></p>		

Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables.	Solide indéformable : – définition ; – repère ; – équivalence solide/repère ; – volume et masse ; – centre d'inertie ; – matrice d'inertie.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Les calculs intégraux des éléments d'inertie (matrice et centre d'inertie) ne donnent pas lieu à évaluation. L'adaptation d'une matrice d'inertie d'un volume élémentaire (cylindre, parallélépipède) est vue lors de problématiques choisies.</i></p> <p><i>Le théorème de Huygens n'est pas présenté.</i></p>		
Proposer une modélisation des liaisons avec leurs caractéristiques géométriques.	Liaisons : – géométrie des contacts entre deux solides ; – liaisons parfaites ; – degrés de liberté ; – classe d'équivalence cinématique ; – liaisons normalisées entre solides, caractéristiques géométriques et repères d'expression privilégiés ; – paramètres géométriques linéaires et angulaires ; – symboles normalisés.  Graphe de liaisons.  Schéma cinématique.  Modélisation plane.	S1
Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique volumique.		
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Le paramétrage avec les angles d'Euler ou les angles de roulis, de tangage et de lacet est présenté, mais la maîtrise de ce paramétrage n'est pas exigée.</i></p>		
Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides.	Vecteur position.  Mouvements simple (translation et rotation) et composé.  Trajectoire d'un point.  Définition du vecteur vitesse et du vecteur taux de rotation.  Définition du vecteur accélération.  Composition des mouvements.  Définition du contact ponctuel entre deux solides (glissement).  Torseur cinématique (champ des vecteurs vitesse).	S1

Modéliser une action mécanique.	Modèle global. Frottements sec (lois de Coulomb) et visqueux. Torseur des actions mécaniques transmissibles. Torseur d'une action mécanique extérieure. Torseurs couple et glisseur.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>L'hyperstatisme, les résistances au roulement et au pivotement, ainsi que la théorie de Hertz ne sont pas au programme.</i></p>		
Associer un modèle poutre à un solide déformable.	Hypothèses de géométrie. Fibre neutre et section droite. Torseur de cohésion.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Les hypothèses de continuité, d'élasticité, d'homogénéité et d'isotropie des matériaux ainsi que les hypothèses de Navier-Bernoulli et de Barré de Saint-Venant tout comme l'hypothèse des petites perturbations (petites déformations et petits déplacements) sont présentées, mais aucune connaissance spécifique n'est exigible.</i></p> <p><i>Le programme se limite aux sollicitations traction simple et flexion simple.</i></p>		
Paramétrer un modèle dans un logiciel de simulation par éléments finis.	Conditions aux limites.	S2
Décrire le comportement d'un système séquentiel.	Diagramme d'états. Chronogramme. État, transition, activité et action.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>La modélisation par éléments finis n'est pas exigible et peut être montrée lors de TP.</i></p> <p><i>Le diagramme d'états, ou le chronogramme, peut être proposé à lire ou à compléter sur des cas simples (quatre états maximum), en s'appuyant sur un document fourni présentant la syntaxe.</i></p>		

Proposer une modélisation d'un schéma électrique.	Dipôles élémentaires (résistance, inductance, condensateur). Sources de courant et de tension.	S1
Modéliser les modulateurs statiques d'énergie.	Règles d'interconnexion des sources parfaites. Bidirectionnalités des interrupteurs. Association des interrupteurs (cellule élémentaire de commutation). Caractéristiques des modulateurs : – nature des grandeurs d'entrée-sortie ; – réversibilité.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>La modélisation se limite à l'étude fonctionnelle des caractéristiques statiques des interrupteurs avec la mise en évidence de l'unidirectionnalité ou la bidirectionnalité en courant ou tension des interrupteurs.</i></p> <p><i>La modélisation des pertes dans les interrupteurs n'est pas au programme.</i></p> <p><i>La modélisation se limite aux fonctions de modulation continu-continu (hacheur série et hacheur 4 quadrants), continu-alternatif et alternatif-continu non commandée monophasé PD2 (source de courant constant) et à leurs associations.</i></p> <p><i>L'intérêt de la commande à modulation de largeur d'impulsion (MLI) sur le modulateur continu-alternatif est montré d'un point de vue spectral. L'obtention de cette commande n'est pas au programme.</i></p>		
Modéliser un convertisseur électromécanique en régime permanent.	Modèle de la machine à courant continu à flux constant. Modèle monophasé de Behn-Eschenburg de la machine synchrone à flux constant. Modèle monophasé équivalent de la machine asynchrone à cage (pertes fer négligées). Réversibilité. Bilan des puissances en régime permanent.	S2

<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>La physique des convertisseurs électromécaniques (machines électriques) n'est pas au programme.</i></p> <p><i>Les modèles des machines alternatives sont fournis et ne sont pas exigibles. Le comportement des machines alternatives est étudié en alimentation à fréquence fixe (ou lentement variable) utilisant les modèles linéaires continus statiques.</i></p> <p><i>Le fonctionnement des machines (moteur et génératrice) est qualifié en régime permanent dans les quatre quadrants.</i></p>		
<p>Modéliser la commande d'un ensemble asservi constitué du modulateur d'énergie, de la machine électrique et de sa charge.</p>	<p>Commande en couple des machines à courant continu et synchrone.</p> <p>Commande scalaire en U/f constant pour la machine asynchrone.</p> <p>Commande des machines en vitesse.</p> <p>Modèle en régime dynamique de la machine à courant continu.</p>	<p>S2</p>
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>La boucle interne de courant (couple) est présentée pour améliorer les performances de la boucle de vitesse angulaire.</i></p> <p><i>Pour la machine synchrone, l'autopilotage est étudié.</i></p> <p><i>Seul le pilotage par le stator est étudié pour les machines alternatives.</i></p>		

### B3 – Valider un modèle

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
<p>Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux.</p>	<p>Notions d'écart (absolu, relatif), mesure des écarts.</p> <p>Critères de performances.</p>	<p>S2</p>
<p>Préciser les limites de validité d'un modèle.</p>	<p>Point de fonctionnement.</p> <p>Non-linéarités (courbure, hystérésis, saturation et seuil) et retard pur.</p>	<p>S2</p>
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Les activités de simulation et d'expérimentation permettent de mettre en évidence les limites des modèles linéaires mais l'étude des modèles non-linéaires n'est pas au programme.</i></p>		
<p>Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser les écarts entre les résultats analytiques et/ou</p>	<p>Hypothèses de modélisation.</p> <p>Paramètres d'un modèle.</p>	<p>S2</p>

numériques et les résultats expérimentaux.	Paramètres influents et prépondérants.	
--	--	--

C – Résoudre

C1 – Proposer une démarche de résolution

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Proposer une démarche permettant d'évaluer les performances des systèmes asservis.	Exigences : – stabilité (définition, marges de stabilité, amortissement et dépassement relatif) ; – précision (erreur/écart statique) ; – rapidité (temps de réponse à 5%, bande passante).	S2
Proposer une démarche de réglage d'un correcteur.	Correcteurs proportionnel et proportionnel-intégral	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>La démarche de réglage d'un correcteur proportionnel-intégral est fournie.</i></p> <p><i>L'influence du retard est montrée lors de séances de travaux pratiques.</i></p>		
Proposer une démarche permettant d'obtenir une loi entrée-sortie géométrique ou cinématique. $\Leftrightarrow I$	Fermetures géométriques. Fermetures cinématiques.	S1
Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement.	Graphe de structure. Choix des isollements. Choix des équations pertinentes vis-à-vis de l'objectif. Principe fondamental de la statique. Principe fondamental de la dynamique. Théorème de l'énergie cinétique.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>La détermination d'une action mécanique inconnue se fait dans le cadre d'un référentiel galiléen.</i></p> <p><i>La détermination du moment dynamique est faite uniquement en un point fixe ou au centre d'inertie. La détermination des actions mécaniques inconnues peut être menée par l'usage d'un outil de simulation numérique.</i></p> <p><i>Pour le théorème de l'énergie cinétique, seuls les calculs pour les mouvements élémentaires (rotation, translation) sont au programme. Pour les mouvements combinés, les expressions de l'énergie cinétique sont fournies.</i></p>		
Proposer une démarche permettant de déterminer des grandeurs électriques.	Lois de Kirchhoff. Théorème de superposition. Puissance électrique.	S1

Proposer une démarche permettant de déterminer les contraintes et/ou les déplacements le long d'une poutre.	Tronçons. Méthode des coupures.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Les méthodes de résolution des problèmes hyperstatiques en résistance des matériaux ne sont pas au programme et les sollicitations ne sont pas combinées.</i></p>		

C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Caractériser le mouvement d'un repère par rapport à un autre repère.	Trajectoire d'un point. Mouvements de translation, de rotation, ou composé. Vecteurs vitesse et accélération d'un point. Torseur cinématique.	S1
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Les méthodes graphiques peuvent être présentées mais leur maîtrise n'est pas exigée.</i></p>		
Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques.	Loi entrée-sortie géométrique. Loi entrée-sortie cinématique. Transmetteurs de puissance (vis-écrou, roue et vis sans fin, trains d'engrenages simples, pignon-crémaillère et poulies-courroie).	S1
Déterminer les actions mécaniques à l'équilibre.	Référentiel galiléen. Principe fondamental de la statique. Principe des actions réciproques.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Les méthodes graphiques sont présentées pour les solides soumis à trois actions mécaniques maximum, mais leur maîtrise n'est pas exigée.</i></p> <p><i>Les trains épicycloïdaux ne sont pas au programme.</i></p>		

Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.	Référentiel galiléen. Torseurs cinétique et dynamique d'un solide. Principe fondamental de la dynamique. Énergie cinétique d'un solide ou ensemble de solides en mouvement.	S2
Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus.	Inertie et masse équivalentes. Puissance d'une action mécanique extérieure à un solide ou à un ensemble de solides. Puissance des inter-efforts dans un ensemble de solides. Théorème de l'énergie cinétique. Rendement en régime permanent.	
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>La détermination du moment dynamique est faite uniquement en un point fixe ou au centre d'inertie. La détermination des actions mécaniques inconnues peut être menée par l'usage d'un outil de simulation numérique.</i></p> <p><i>Pour le théorème de l'énergie cinétique, seuls les calculs pour les mouvements élémentaires (rotation, translation) sont au programme. Pour les mouvements combinés, les expressions de l'énergie cinétique sont fournies.</i></p>		
Déterminer les grandeurs relatives au comportement d'une poutre.	Torseur de cohésion. Sollicitations (traction-compression et flexion). Contraintes dans une section droite. Déplacements le long d'une ligne moyenne, conditions aux limites. Coefficient de sécurité et résistance mécanique.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Les sollicitations ne sont pas combinées. L'effet du cisaillement est hors programme.</i></p>		
Déterminer les grandeurs alternatives en régime sinusoïdal permanent.	Diagramme de Fresnel. Puissances active, apparente, réactive et facteur de puissance en monophasé et triphasé.	S2
Déterminer les grandeurs des modulateurs d'énergie.	Valeurs moyenne et efficace. Ondulation de courant en régime permanent dans les modulateurs.	S2

Déterminer les conditions d'équilibre de l'association convertisseur électromécanique et charge.	Caractéristiques mécaniques actionneur-charge. Point de fonctionnement.	S2
Caractériser le point de fonctionnement en régime permanent de l'association convertisseur électromécanique et charge.	Stabilité d'un point de fonctionnement. Quadrants de fonctionnement.	
Déterminer la réponse temporelle.	Expression de la solution de l'équation différentielle associée à un système d'ordre 1 soumis à une entrée échelon. Allure des représentations temporelles des solutions des équations différentielles d'ordre 1 et 2 pour l'entrée de type échelon.	S1
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Le calcul des transformées de Laplace et de leurs inverses n'est pas au programme.</i></p> <p><i>Pour les systèmes d'ordre 2, l'influence du facteur d'amortissement sur l'allure de la réponse en fonction est au programme.</i></p>		
Déterminer la réponse fréquentielle.	Diagramme asymptotique de Bode, allure du diagramme de Bode réel.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Les diagrammes de Bode réels sont déterminés à l'aide d'outils numériques ou fournis.</i></p>		
Déterminer les performances d'un système asservi.	<p>Stabilité d'un système asservi :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- définition ;</li> <li>- dépassement ;</li> <li>- marges de stabilité.</li> </ul> <p>Rapidité d'un système :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- temps de réponse à 5 % ;</li> <li>- bande passante.</li> </ul> <p>Précision d'un système asservi :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- théorème de la valeur finale ;</li> <li>- écart/erreur statique ;</li> <li>- sensibilité aux perturbations en régime permanent ;</li> <li>- lien entre la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte et l'écart statique ;</li> <li>- lien entre la position de l'intégrateur et la sensibilité aux perturbations.</li> </ul>	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Seul le diagramme de Bode est au programme.</i></p> <p><i>Pour les systèmes d'ordre 2, les abaques et relations nécessaires sont fournies.</i></p>		

Mettre en œuvre une démarche de réglage d'un correcteur.	Correcteurs proportionnel et proportionnel intégral.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Pour le correcteur proportionnel intégral, la démarche de réglage est fournie.</i></p>		

### C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Mener une simulation numérique. $\simeq I$	Choix des grandeurs physiques. Choix des paramètres du solveur (pas de la discrétisation et durée de la simulation). Influence des paramètres du modèle sur les performances.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Ces compétences sont acquises dans le cadre du programme d'informatique et sont mises en œuvre lors des travaux pratiques.</i></p>		

### D – Expérimenter

#### D1 – Mettre en œuvre un système pluritechnologique

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Mettre en œuvre un système en suivant un protocole dans le respect des règles de sécurité.	Normes de sécurité.	S1
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Le respect des instructions de sécurité et des normes est une exigence qui s'appuie sur la fourniture des extraits de textes réglementaires.</i></p> <p><i>La connaissance des normes de sécurité n'est pas exigible.</i></p>		
Identifier les constituants réalisant les principales fonctions des chaînes d'information et de puissance.	Chaîne d'information. Chaîne de puissance.	S1
Identifier les principales grandeurs physiques d'effort et de flux.	Grandeurs d'effort et de flux.	S1

## D2 – Choisir un protocole expérimental

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Choisir un protocole en fonction de l'objectif visé.	Caractérisation des grandeurs physiques (unité, ordre de grandeur, amplitude, fréquence, valeurs efficace et moyenne, spectre). Appareils de mesure. Capteurs.	S2
Choisir les réglages du système en fonction de l'objectif visé.		
Choisir la grandeur physique à mesurer ou justifier son choix.		
Justifier le choix d'un appareil de mesure ou d'un capteur vis-à-vis de la grandeur physique à mesurer.		
Choisir les grandeurs d'entrées à imposer et les grandeurs de sorties à acquérir pour identifier un modèle de comportement sur un système ou sur un constituant du système.	Réponses temporelles et harmoniques.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>L'objectif consiste à qualifier et quantifier une performance et/ou renseigner un modèle de comportement.</i></p>		

## D3 – Mettre en œuvre un protocole expérimental

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Régler les paramètres de fonctionnement du système.	Normes de sécurité. Règles de raccordement des appareils de mesure et des capteurs. Caractéristiques (calibre, position, etc.) et fonctions d'un appareil de mesure.	S1
Mettre en œuvre un appareil de mesure adapté à la caractéristique de la grandeur à mesurer.		
Identifier les erreurs de mesure et de méthode.	Incertitudes, résolution, justesse, fidélité, linéarité et sensibilité. Échantillonnage, repliement de spectre, quantification.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>L'incertitude renvoie à la technologie des appareils de mesure et des capteurs. Il n'est pas exigé de longs développements théoriques et calculs associés.</i></p>		

Générer un programme et l'implanter dans le système cible.	Outils de programmation.	S2
Relever les grandeurs caractéristiques d'un protocole de communication.	Protocole, trame. Débit maximal, débit utile. Caractéristiques des signaux.	S2
Mettre en œuvre une liaison entre objets communicants.	Paramètres de configuration d'un réseau. Adressage physique et logique.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p>Ces compétences sont développées et évaluées dans le cadre de travaux pratiques.</p>		

## E – Concevoir

### E1 – Proposer et choisir des solutions techniques

<b>Compétences développées</b>	<b>Connaissances associées</b>	<b>Semestre</b>
Proposer et hiérarchiser des critères de choix.	Critères liés au triptyque matière, énergie, information.	S2
<p><i>Commentaire</i></p> <p><i>Les critères de choix abordés sont liés aux fonctionnalités techniques au coût et à l'impact environnemental.</i></p>		
Choisir un constituant d'un système pluritechnologique.	Dispositifs de stockage d'énergie. Modulateurs, convertisseurs, transmetteurs de puissance. Effecteurs. Capteurs.	S2
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Les modulateurs et convertisseurs de puissance se limitent aux technologies électrique et mécanique.</i></p> <p><i>Les choix sont faits à partir de documents techniques fournis en prenant en compte l'impact environnemental.</i></p>		

Modifier la commande pour faire évoluer le comportement du système.	Modification d'un programme : – système séquentiel ; – structures algorithmiques. Système combinatoire. Choix du type de correcteur.	S2
---	--	----

*Commentaires*

*Le formalisme des structures algorithmiques est donné et le séquentiel est limité à la modification du diagramme d'état.*

*L'étude des systèmes combinatoires se limite à l'établissement de la table de vérité (limitée à quatre entrées), des équations logiques (sans réduction) et aux fonctions logiques (sans logigramme).*

E2 – Dimensionner une solution technique choisie dans une démarche de développement durable

<b>Compétences développées</b>	<b>Connaissances associées</b>	<b>Semestre</b>
Dimensionner un constituant des chaînes fonctionnelles.	Constituants de la chaîne d'information. Constituants de la chaîne de puissance.	S2

*Commentaires*

*Le dimensionnement peut se faire à partir des exigences et d'une documentation technique tout en respectant les enjeux environnementaux.*

*Pour la chaîne d'information, le dimensionnement concerne les constituants suivants :*

- capteurs (étendue de mesure, précision, et sensibilité) ;*
- convertisseurs analogique numérique et numérique analogique (fréquence d'échantillonnage, résolution et plage de conversion) ;*
- filtre passif (fréquence de coupure, gabarit) ;*
- liaisons série et réseaux (débit de communication).*

*Pour la chaîne de puissance, le dimensionnement concerne les constituants suivants :*

- dispositifs de stockage d'énergie ;*
- modulateurs de puissance : grandeurs flux et effort en régime permanent et contrainte maximale ;*
- convertisseurs électromécaniques : couple quadratique (thermique) équivalent ;*
- éléments des transmetteurs de puissance modélisés par des poutres : flèche et coefficient de sécurité vis-à-vis de la contrainte maximale.*

F – Communiquer

F1 – Traiter des informations

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Rechercher des informations.	Outils de recherche. Mots-clefs. Diagrammes de l'ingénierie système. Schémas cinématique et électrique.	S2
Vérifier la pertinence des informations (obtention, véracité, fiabilité et précision de l'information).		
Extraire les informations utiles d'un dossier technique.		
Interpréter des informations.		
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>Les représentations schématiques technologiques sont fournies.</i></p> <p><i>Les diagrammes d'ingénierie système sont proposés à la lecture.</i></p> <p><i>Les outils d'intelligence artificielle peuvent être utilement mobilisés pour extraire les informations, cela doit également être l'occasion de sensibiliser les étudiants au nécessaire esprit critique quant aux résultats produits par un outil d'intelligence artificielle.</i></p>		

F2 – Échanger de l'information

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Choisir un outil de communication adapté au contexte.	Outils de communication. Vocabulaire technique.	S2
Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.		

## **Annexe VII**

### **Objectifs de formation et programme de français et philosophie de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle**

#### **I - Objectifs de formation**

Commun à toutes les classes préparatoires scientifiques, cet enseignement qui concerne à part égale les lettres et la philosophie, est partie constituante de la formation générale des étudiants. Sa finalité est de former l'esprit à une réflexion autonome et éclairée par la lecture ample et directe des grands textes et par la pratique de la dissertation, qui apprend à l'étudiant à s'interroger, à conduire une pensée cohérente et à exploiter d'une manière pertinente ses lectures. Il poursuit trois objectifs majeurs :

1. Il vise à développer leur maîtrise de l'expression écrite et orale ainsi que leur aptitude à communiquer, compétences indispensables pour leur future vie professionnelle.

Le travail méthodique sur des textes extraits ou non du programme par l'exercice de la lecture et du résumé, sollicite leurs qualités de compréhension et de reformulation, les conduit à identifier diverses stratégies de communication, à hiérarchiser des informations d'origines variées et à savoir en proposer une présentation structurée, leur apprend à entrer dans un système d'argumentation et à en apprécier la pertinence.

La pratique des interrogations orales leur donne l'occasion de s'exercer à présenter un sujet, d'argumenter avec rigueur, de se mettre à l'écoute d'un interlocuteur et de renforcer leur aptitude au dialogue.

2. Il les entraîne à approfondir leur réflexion personnelle et leur sens critique en sollicitant leurs capacités de comprendre une problématique large ou limitée, d'imaginer des solutions, de mobiliser rapidement leurs connaissances et de savoir choisir avec discernement des arguments convaincants.

3. Il leur permet, par la lecture des œuvres inscrites au programme, d'enrichir leur culture et de mieux comprendre le monde dans lequel ils vivent. Grâce à un choix obéissant aux critères suivants :

- qualité d'écriture ;
- richesse, attrait et signification des œuvres ;
- variété des genres ;
- présence d'une œuvre traduite ;

il invite les étudiants à confronter sur un même thème des points de vue diversifiés et à en tirer profit pour leur formation personnelle.

#### **II - Programme**

Durant l'année de préparation, l'enseignement prend appui notamment sur un thème étudié dans deux œuvres littéraires et philosophiques.

Ce thème et les œuvres correspondantes sont fixés pour un an par arrêté.

## **Annexe VIII**

### **Objectifs de formation et organisation des enseignements de langue vivante étrangère de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle**

L'enseignement de langue vivante en classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs (ATS) constitue un volet essentiel de la formation générale. La raison en est claire : les échanges et relations auxquels sont appelés les ingénieurs, cadres, enseignants et chercheurs ont une dimension internationale et interculturelle.

#### **Objectifs de formation**

Le niveau de compétence du Cadre européen commun de référence pour les langues (CECRL) ciblé en fin d'année de classe préparatoire ATS est B2 pour l'ensemble des activités langagières. L'enseignement de langue vivante doit permettre aux étudiants qui ont déjà atteint le niveau B2 dans une ou plusieurs activités langagières de viser les niveaux supérieurs dans les autres.

L'étude d'une langue vivante en classe préparatoire scientifique ATS a comme objectifs :

- de consolider et d'approfondir les compétences acquises dans le second degré et les années d'études supérieures préalables à l'admission en classe préparatoire scientifique ATS sur le plan linguistique et culturel ;
- de faire travailler la langue en contexte sur la base de supports variés pour renforcer la compétence linguistique ;
- de faire acquérir aux étudiants un niveau plus élevé de compréhension et d'expression, tant à l'écrit qu'à l'oral ; le développement des compétences orales et oratoires en langue vivante – prise de parole en continu et en interaction – fait l'objet d'une attention particulière et d'un entraînement régulier ;
- d'assurer la mise en place des repères culturels indispensables à la connaissance de la civilisation et de la culture des pays concernés, de façon à éclairer les réalités économiques, sociales, politiques et culturelles du monde contemporain ; les avancées comme les enjeux scientifiques et technologiques font l'objet d'une attention particulière ;
- d'apprendre à utiliser des ouvrages et des outils de référence, d'approfondir les compétences acquises précédemment pour rechercher, sélectionner et exploiter des documents. Les ressources et outils numériques sont utilisés avec profit ;
- d'entraîner à l'activité langagière de médiation afin d'acquérir des compétences essentielles en milieu professionnel (présenter, exposer, expliquer, expliciter, rendre compte, résumer, reformuler, synthétiser, traduire, etc.).

L'enseignement de langue vivante doit également permettre aux étudiants d'obtenir un score correspondant au moins au niveau B2 du CECRL dans les tests standardisés internationaux de maîtrise de la langue, comme le TOEIC, pour l'anglais.

#### **Organisation des enseignements**

Dans ce cadre général, la première période de l'année de classe préparatoire ATS a une fonction essentielle : rendre plus homogène le niveau des étudiants en tenant compte de leur parcours antérieur en langue vivante. À cet égard, une utilisation souple des heures d'interrogation orale réglementairement prévues est envisagée pour répondre aux besoins des étudiants en fonction de leurs acquis à l'arrivée en classe préparatoire ATS.

Pour cela, la première période de l'année de classe préparatoire ATS doit être axée sur :

- un travail de la langue et sur la langue en contexte ;
- l'accès progressif à une compréhension fine, à l'écrit comme à l'oral ;

- l'acquisition d'une expression maîtrisée et adéquate ;
- l'acquisition d'une méthode adaptée aux différents savoir-faire visés.

Dans le cadre de la liberté pédagogique, le professeur choisit ses méthodes et sa progression. Il organise son enseignement en suivant deux principes directeurs :

- a) le professeur choisit le contexte, les problématiques et les méthodes qui favorisent les apprentissages et diversifie les modes d'acquisition des savoirs et des compétences. Il explicite pour les élèves les objectifs poursuivis, les méthodes utilisées et les critères d'évaluation ;
- b) le professeur privilégie la mise en activité des étudiants : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Ils sont amenés à manipuler la langue, les notions et les concepts en exerçant leur esprit critique. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants.